وزارت معارف

فزیک

صنف یازدهم





سال چاپ: ۱۳۹۸ هـ. ش.

فزیک
صنف یازدهم









سرود ملی

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هېواد به تل ځلېږي
په سینه کې د آسیا به
نوم د حق مو دی رهبر

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ایماق، هم پشه یان
لکه لمر پر شنه آسمان
لکه زړه وي جاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحیم

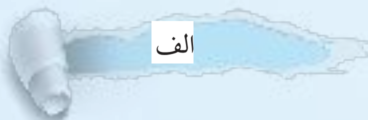


فزیک

Physics

صنف یازدهم

سال چاپ: ۱۳۹۹ هـ .ش.



مشخصات کتاب

مضمون: فزیک

مؤلفان: گروه مؤلفان کتاب‌های درسی بخش فزیک نصاب تعلیمی

ویراستاران: اعضای دیپارتمنت ویراستاری و ایدیت زبان دری

صنف: یازدهم

زبان متن: دری

انکشاف دهنده: ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ناشر: ریاست ارتباط و آگاهی عامهٔ وزارت معارف

سال چاپ: ۱۳۹۹ هجری شمسی

ایمیل آدرس: curriculum@moe.gov.af



پیام وزیر معارف

اقرأ باسم ربک

سپاس و حمد بیکران آفریدگار یکتایی را که بر ما هستی بخشید و ما را از نعمت بزرگ خواندن و نوشتن برخوردار ساخت، و درود بی‌پایان بر رسول خاتم- حضرت محمد مصطفی ﷺ که نخستین پیام الهی بر ایشان «خواندن» است.

چنانچه بر همه‌گان هویداست، سال ۱۳۹۷ خورشیدی، به نام سال معارف مسمی گردید. بدین ملحوظ نظام تعلیم و تربیت در کشور عزیز ما شاهد تحولات و تغییرات بنیادینی در عرصه‌های مختلف خواهد بود؛ معلم، متعلم، کتاب، مکتب، اداره و شوراهای والدین، از عناصر شش‌گانه و اساسی نظام معارف افغانستان به شمار می‌روند که در توسعه و انکشاف آموزش و پرورش کشور نقش مهمی را ایفا می‌نمایند. در چنین برهۀ سرنوشت‌ساز، رهبری و خانوادۀ بزرگ معارف افغانستان، متعهد به ایجاد تحول بنیادی در روند رشد و توسعه نظام معاصر تعلیم و تربیت کشور می‌باشد.

از همین‌رو، اصلاح و انکشاف نصاب تعلیمی از اولویت‌های مهم وزارت معارف پنداشته می‌شود. در همین راستا، توجه به کیفیت، محتوا و فرایند توزیع کتاب‌های درسی در مکاتب، مدارس و سایر نهادهای تعلیمی دولتی و خصوصی در صدر برنامه‌های وزارت معارف قرار دارد. ما باور داریم، بدون داشتن کتاب درسی باکیفیت، به اهداف پایدار تعلیمی در کشور دست نخواهیم یافت.

برای دستیابی به اهداف ذکرشده و نیل به یک نظام آموزشی کارآمد، از آموزگاران و مدرسان دلسوز و مدیران فرهیخته به‌عنوان تربیت کننده‌گان نسل آینده، در سراسر کشور احترامانه تقاضا می‌گردد تا در روند آموزش این کتاب درسی و انتقال محتوای آن به فرزندان عزیز ما، از هیچ نوع تلاشی دریغ نورزیده و در تربیت و پرورش نسل فعال و آگاه با ارزش‌های دینی، ملی و تفکر انتقادی بکوشند. هر روز علاوه بر تجدید تعهد و حس مسؤولیت پذیری، با این نیت تدریس راآغاز کنند، که در آیندۀ نزدیک شاگردان عزیز، شهروندان مؤثر، متمدن و معماران افغانستان توسعه یافته و شکوفا خواهند شد.

همچنین از دانش آموزان خوب و دوست داشتنی به مثابه ارزشمندترین سرمایه‌های فردای کشور می‌خواهم تا از فرصت‌ها غافل نبوده و در کمال ادب، احترام و البته کنجکاوی علمی از درس معلمان گرامی استفادۀ بهتر کنند و خوشه چین دانش و علم استادان گرامی خود باشند.

در پایان، از تمام کارشناسان آموزشی، دانشمندان تعلیم و تربیت و همکاران فنی بخش نصاب تعلیمی کشور که در تهیه و تدوین این کتاب درسی مجدانه شبانه روز تلاش نمودند، ابراز قدردانی کرده و از بارگاه الهی برای آن‌ها در این راه مقدس و انسان‌ساز موفقیت استدعا دارم.

با آرزوی دستیابی به یک نظام معارف معیاری و توسعه‌یافته، و نیل به یک افغانستان آباد و مترقی دارای شهروندان آزاد، آگاه و مرفه.

دکتور محمد میرویس بلخی

وزیر معارف



پیشگفتار

عصر ما عصر انکشافات و تحولات سریع ساینس و تکنالوژی است و بر طبق تخمین دانشمندان، در سالیان بعد حجم آگاهی های علمی حتا در هر چند ماه دو برابر خواهد شد. واضح است که هم‌گام با این تحولات، شیوه‌های زنده‌گی ما و نیازهای نسل جوان فردای ما، از جمله شیوه‌های آموزش علوم (فزیک) نیز در تغییر خواهد بود. در این شیوه‌ها تأکید بر آن است تا شاگردان به آسانی و به‌طور سریع بیاموزند و بتوانند مهارت‌های لازم را در مراحل آموزش و حل مسئله‌ها به‌کار برند.

در این کتاب درسی سعی به‌عمل آمده است تا محتویات آن بر اساس روش آموزش فعال تألیف گردد. سه هدف دانشی، مهارتی و ذهنیتی در متن هر درس در محراق توجه مؤلفین قرار داشته و افزون برآن حجم عناوین و محتویات کتاب بر مبنای پالیسی‌های تعلیمی‌و تربیتی دولت، پلان تعلیمی‌زمانی و مفردات طرح شده با معیارهای عمومی‌محتوایی و نگارشی قبول شده برای کتب درسی دورهٔ ثانوی افغانستان تنظیم و تدوین گردیده است. تلاش شده تا مطالب به گونهٔ ساده و روان مطرح شود و با ادامهٔ فعالیت‌ها و ذکر مثال‌ها و سؤال‌ها، مطالعهٔ آن به شاگردان آسان‌تر گردد.

از معلمان گرانقدر انتظار می‌رود تا با تجارب و توانایی‌های غنی که دارند، در طراحی فعالیت‌های ابتکاری که می‌تواند در آموزش بیشتر شاگردان ممد واقع گردد و هم‌چنان از ابراز پیشنهادات سازنده برای بهبود کیفی کتاب از هیچ‌گونه تلاش دریغ ننموده، ما را یاری رسانند. اطمینان می‌دهیم که انشأالله از نظرهای ارزشمند و اصلاحی شان برای رفع نواقص و اشتباهات احتمالی در چاپ بعدی این کتاب به گرمی‌استقبال خواهد شد.

در پایان از استادان محترمی‌که در نقد و اصلاح این کتاب زحمت کشیده‌اند سپاس‌گذاریم و از مسؤلان و کارکنان محترم کمپیوتر که درکار نگارش، دیزاین و صفحه آرایی کتاب، ما را هم‌کاری مزید نموده‌اند، ممنون و متشکریم.

دیپارتمنت فزیک

ریاست عمومی‌انکشاف نصاب تعلیمی‌و تألیف کتب درسی





فهرست

صفحه





فهـــرست

صفحه



فهــرست

صفحه

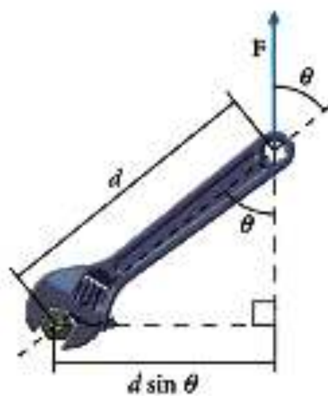


تعادل میخانیکی



تعادل میخانیکی از مباحث مهم فزیک میخانیک است. موضوعات مورد مطالعه در این بحث هم در ساحۀ نظری و هم در انکشاف ماشین‌آلات و تکنالوژی مورد نیاز در عرصه‌های گوناگون اقتصادی که موارد استعمال وسیع در حیات روزمرۀ جامعۀ ما دارد تهداب مهمی را می‌گذارد. مسایلی مانند: مطالعۀ قوه‌ها، چگونه‌گی تأثیرات آن‌ها بر اجسام، کاربرد اثرات قوه‌ها و پدیده‌های مرتبط به آن‌ها در طرح و ساختمان ماشین‌های ساده مانند رافعه‌ها و وسایط ساختمانی اعم از تراکتورها - بلدوزرها، جرثقیل‌ها و هم‌چنان ساختمان ماشین‌ها برای زراعت، صنایع، ترانسپورت زمینی و هوایی و استخراج معادن، همه و همه بر قواعدی بنیاد گذاشته شده‌اند که فزیک میخانیک و از جمله تیوری‌های مبنی بر تعادل میخانیکی آن‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهد. تعادل میخانیکی یکی از رمزهای عمیق طبیعی در زنده‌گی انسان‌ها و حیوانات می‌باشد که سبب ایجاد شرایط مناسب برای استوار نگهداشتن و ادامۀ حیات آن‌ها در روی کرۀ زمین گردیده است. از حرکت انسان‌های روی کرۀ زمین تا پرواز سفینه‌ها و گردش سیاره‌ها و نفوذ در اعماق زمین و ابحار همه از جملۀ دستاوردهای علمی و تکنالوژی است که نقش مبحث تعادل میخانیکی در آن‌ها بارز و برجسته است. محتویات این فصل بر اساس و ادامۀ مطالبی تهیه شده که شما آن‌هارا در سال‌های قبل فرا گرفته اید و قوه هم که یکی از مباحث درس‌های قبلی فزیک بوده، در این فصل نیز بر آن مروری صورت می‌گیرد.

تا اساس را برای ورود به مباحثی مانند قوه‌ها یا تأثیرات متقابل (عمل و عکس العمل) و بحث تعادل، فراهم کند. مطالعهٔ تبارز قوه‌ها، چه به شکل قوه‌های متلاقی و یا به شکل قوه‌های موازی و هم‌چنان دانستن تجزیهٔ قوه‌ها، زمینه‌هایی را برای شناخت مفاهیمی‌مانند مومنت قوه و یا مومنت دوران، قوهٔ زوج و شرایط عمومی تعادل مساعد می‌سازد. باید توجه کرد که قوه به حیث یک شاخص مهم در سر تاسر این فصل به کار رفته است. برای فهم خوب‌تر مباحث مندرج این فصل، سعی شده است تا مفاهیم و موضوعات با ارایهٔ مثال‌ها و تمرینات، مورد مناقشه و تفکر شاگردان قرار داده شود.



در شکل دیده می‌شود که سمت بازوی رافعه همیشه بر سمت قوهٔ تطبیق شده عمود است.

انتظار می‌رود که در پایان این فصل شاگردان بتوانند با انجام کارهای گروهی و حل پرسش‌ها و تمرین‌ها مفاهیم فزیکی این بحث را در ذهن شان تحکیم و تعمیق بخشیده و در نتیجه به پرسش‌های مانند:
چرا قوه وکتور است؟ چه چیز سبب شتاب حرکت جسم می‌گردد؟ وقتی توسط چکش بالای یک میخ قوه عمل می‌کند، آیا میخ هم در مقابل بالای چکش قوه وارد می‌کند؟ چگونه و چرا؟، حادثهٔ دوران جسم به حول یک محور چیست؟ و مانند این پرسش‌ها، پاسخ‌های لازم ارایه نمایند.

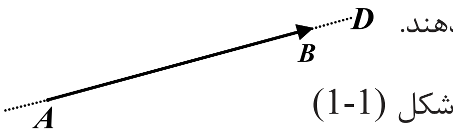
1-1: قوه

قوه‌یی که همهٔ ما آن‌را می‌شناسیم، قوهٔ جاذبهٔ زمین یا وزن جسم است. در زنده‌گی روزمره در تخنیک، با تعداد زیادی از قوه‌ها آشنایی داریم. هم‌چنان شما سال‌های گذشته دانستید که قوه‌ها را می‌توان از روی تأثیرات آن‌ها شناخت. یک قوه می‌تواند یک جسم را به حرکت بیاورد و سبب زیاد شدن و یا کم شدن سرعت جسم و یا سبب تغییر شکل و سمت حرکت جسم گردد. این تغییرات گاهی بسیار کوچک می‌باشد که تنها با اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق تشخیص شده می‌توانند. سرعت جسم و سمت حرکت جسم دو مشخصه‌اند که حالت حرکت جسم را معین کرده و با استفاده از این مشخصه‌ها قوه را این طور تعریف می‌کنند:
قوه عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت جسم می‌گردد.

قوه به حیث وکتور

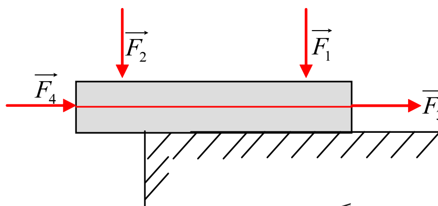
یک جسم همیشه خودش را به سمتی به حرکت در آورده می‌تواند و یا سرعت خود را در سمتی تغییر می‌دهد، که قوهٔ عامل بر جسم در همان سمت تأثیر می‌کند. هم‌چنان تأثیر قوه می‌تواند سبب تغییر شکل در جسم گردد. این موضوع در یک میلهٔ آهنی به خوبی به مشاهده می‌رسد، چنان‌چه هنگامی‌که میله تحت تأثیر یک قوه واقع شود، خم می‌گردد. می‌توان نتیجه گرفت که قوه یک وکتور است و برای توضیح آن، به شناخت مقدار و سمت آن ضرورت است. قوه را به حیث وکتور توسط یک تیر نمایش می‌دهند. در شکل (1-1) به نام گذاری‌های زیر توجه کنید:

نقطهٔ A نقطهٔ تأثیر، طول تیر (AB) مقدار یا بزرگی قوه، سمت تیر $\overrightarrow{AB}$ سمت یا جهت قوه و مستقیم D خط تأثیر یا استقامت قوه را نشان می‌دهند.



شکل (1-1)

تأثیر یک قوه بر یک جســم، به طور عموم به موقعیت نقطهٔ تأثیر قوه بر همان جسم ارتباط دارد. در شــکل (1-2) دیده می‌شود که بالای جسم، دو قوهٔ F_1 و F_2 که با هم مساوی هستند عمل می‌کنند. طوری‌که قوهٔ F_1 جســم را به طرف ســطح زیرین می‌فشارد و قوهٔ F_2 می‌تواند آن را به طرف پایین کج بســازد. برعکس قوه‌های مســاوی F_3 و F_4 که بــر عین خط تأثیر بر جسم عمل می‌کنند، تأثیر مساوی را بر جسم وارد می‌کنند که در نتیجه می‌توان گفت: اگر موقعیت نقطهٔ تأثیر یک قوه بالای خط تأثیر آن تغییر کند، تأثیر قوه تغییر نمی‌یابد.



شکل (1-2)

حال چند مثال از قوه‌های مختلف را به بررسی می‌گیریم:

یکی از قوه‌ها، قوهٔ عضلات است. ما به وسیلهٔ این قوه نیز می‌توانیم سرعت اجسام را کم یا زیاد کنیم و یا شکل آن‌ها را تغییر دهیم. قوهٔ عضلات برای اجرای تجارب فزیکی کم‌تر مساعد است، زیرا به مشکل اندازه‌گیری می‌شود. چنان‌که از گذشته می‌دانید، قوهٔ وزن یکی از قوه‌های دیگری است که در عین محل با کتلهٔ جسم و یا با مقدار ماده‌یی که در جسم وجود دارد، یک راست متناسب است. قوهٔ وزن جسم، همیشه طور عمودی به طرف مرکز ثقل زمین عمل می‌کند. با استفاده از یک تار که از روی یک چرخ عبور داده می‌شود، تأثیر قوهٔ وزن را، بدون آن‌که در مقدار آن تغییر پیش آید، می‌توان به سمت‌های دیگر موجه ساخت. قوهٔ اصطکاک یک نوع دیگر قوه است.

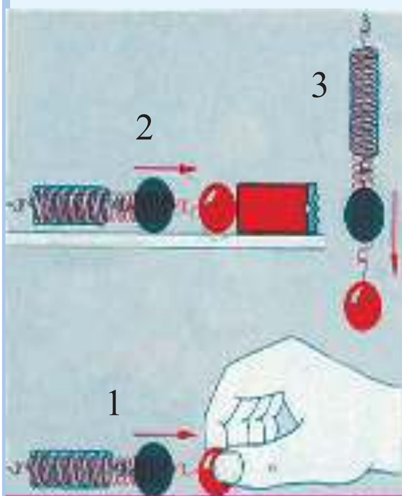
هرگاه دو جسم با هم در تماس بوده و در حالت حرکت متقابل قرار بگیرند، در بین آن‌ها قوۀ اصطکاک به وجود می‌آید. ما در خانه، مکتب، بازار، میدان‌های سپورت و در بسیاری جاهای دیگر در جریان زنده‌گی روزمرۀ خود تأثیرات قوه‌های گوناگون مانند قوۀ مقناطیسی، قوۀ برقی و غیره را بر اجسام می‌بینیم. برای این‌که تأثیرات قوه را به وضاحت بیشتر دیده بتوانیم و مثال‌های دیگری از قوه‌ها را معرفی کرده بتوانیم، به انجام فعالیت‌های زیر می‌پردازیم:



فعالیت

به شکل‌های (3-1) توجه نمایید. چه واقع خواهد شد، اگر فنر را با دست کش کنیم (حالت 1) و یا مقناطیس را به آن نزدیک سازیم (حالت 2). این کار را عملی کنید و نتیجۀ مشاهدات خود را در هر گروه گزارش دهید. این بار فنر را به طور عمودی با گلوله مطابق شکل (حالت 3) آویزان کنید چه چیز را مشاهده خواهید کرد؟ آیا باز هم فنر تحت تأثیر وزن گلوله دراز خواهد شد؟ اگر تجربه را درست انجام داده باشید، می‌بینید که مقناطیس و وزن گلوله نیز مانند قوۀ عضلات دست، سبب تغییر شکل فنر می‌گردند. پس به نتیجه می‌رسیم که:

قوه می‌تواند باعث تغییر شکل جسم شود و یا بر عکس هر تغییر شکل، معلول تأثیر یک قوه است.



شکل (3-1)

از موارد دیگری که می‌توان اثرات قوۀ عضلات را در آن‌ها به آسانی مشاهده کرد، ورزش‌های گوناگون می‌باشد از جمله بازی‌های و الیبال و باسکتبال که خود شما در جریان این بازی‌ها می‌توانید به صورت تجربی اثرات قوۀ عضلات دست تان را احساس کنید.

در این بازی‌ها، قوۀ عضلات دست شما به توپ سرعت می‌دهد و یا توپ را که در حالت حرکت است متوقف ساخته و یا هم سمت حرکت آن‌را تغییر می‌دهد.

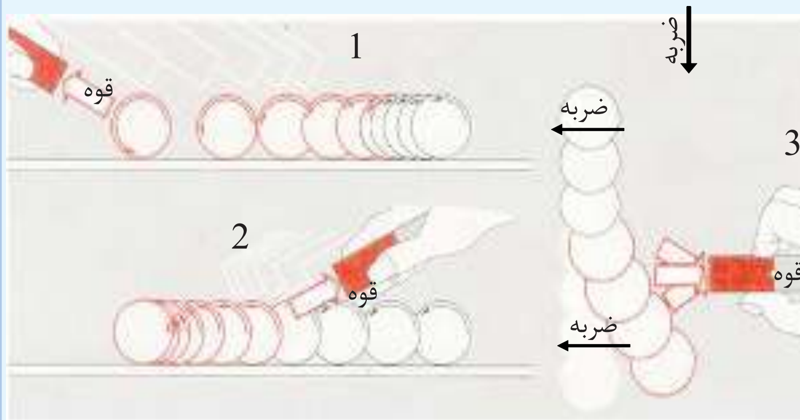
آیا آن‌چه گفته شد، در مورد قوۀ مقناطیس هم صدق می‌کند؟ آیا قوۀ مقناطیس باعث زیاد شدن و یا کم شدن سرعت یک جسم شده می‌تواند.

تأثیرات قوۀ مقناطیس را ضمن اجرای فعالیت زیر مشاهده می‌توانیم:



فعالیت

به حالاتی‌که در شکل‌های (4-1) ارایه شده است توجه کنید:
حالت1)، به یک گلولهٔ کوچک آهنی، که روی میز قرار دارد، ضربه وارد می‌کنیم. گلوله به اثر ضربه بر روی میز به طور آهسته لول می‌خورد. در حالت عادی، گلوله با سرعت ثابت حرکت می‌کند و اگر یک میلهٔ مقناطیس به گلوله از پیشروی نزدیک شود، چه حادثه دیده خواهدشد؟ چه تغییری در سرعت حرکت گلوله دیده می‌شود؟



شکل (4-1)

مشابه به همین حالت، یک گلوله‌یی که ساکن است، می‌تواند به حرکت در آید (حالت2). گلوله‌های آهنی را بار دیگر برروی میز طور لولان رها می‌کنیم، ولی این بار آن را با میلهٔ مقناطیسی مطابق حالت (2) تعقیب می‌نماییم، یعنی میلهٔ مقناطیسی را از مخالف سمت حرکت به گلوله نزدیک می‌سازیم. چه تغییری در سرعت حرکت گلوله می‌بینید و چرا؟ در حالت (3) که میلهٔ مقناطیسی از یک جانب به گلولهٔ آهنی لولان نزدیک می‌شود، شما چه تغییری مشاهده می‌کنید؟ نتیجه‌یی را که از دریافت پاسخ پرسش‌های بالا در تجربه‌یی که به‌دست آورده اید، در یک کار گروهی با هم در میان بگذارید.

با اجرای تمرین‌های زیر در رابطه به چگونه‌گی اثرات قوه بر یک جسم در بین اعضای گروه مباحثه نموده و نتایج را با دیگران در میان بگذارید:

a) گفته شده است که قوه یک کمیت وکتوری است آیا می‌توانید خصوصیات یک کمیت وکتوری را توضیح کنید؟

b) آیا به غیر از کمیت وکتوری، کمیت دیگری را هم می‌شناسید؟ اگر پاسخ بلی باشد، آن کمیت کدام است؟ آن کمیت و خصوصیات آن‌را توضیح دارید.

c) قوه یک جسم را که ساکن است به حرکت می‌آورد. می‌توانید این گفته را با تجربه به اثبات برسانید؟
d) قوه؛ چگونه باعث توقف یک جسمی‌که در حال حرکت است، می‌گردد؟
e) جسمی‌که به یک جهت معین در حالت حرکت است، قوه‌یی از یک سمت کیفی از یک جانب بر آن اثر می‌کند، چه واقع می‌شود؟ توسط یک شکل نشان دهید. از این عمل چه نتیجه می‌گیرید؟
f) در اثر عمل قوه بر یک جسم، ممکن است که شکل آن جسم تغییر کند. آیا این تغییر شکل در جسم را با یک رسم نشان داده می‌توانید؟



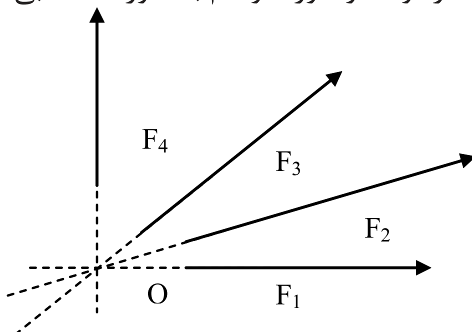
سؤال‌ها

دربارهٔ واحدهای اندازه‌گیری قوه‌ها در سال‌های پیش، خوانده‌اید. با ارایهٔ جواب به سؤال‌های ذیل معلومات قبلی را به طور فشرده تکرار نمایید:

1. واحدهای اساسی در سیستم بین المللی (SI) کدام‌ها اند؟ توضیح و تعریف کنید.
2. در سیستم (SI)، واحد قوه کدام است؟ آن‌را تعریف کنید.
3. واحد قوه در سیستم بین المللی (SI)، یک واحد اساسی است یا یک واحد فرعی و چرا؟

1-2: قوه‌های متلاقی (غیر موازی)

(هرگاه بالای یک جسم، دو یا بیشتر از دو قوه تأثیر کند طوری‌که خطوط تأثیر آن‌ها با هم موازی نبوده و در یک نقطه همدیگر را قطع نمایند، این قوه‌ها را قوه‌های متلاقی می‌گویند.)
به طور مثال، در شکل (5-1) دیده می‌شود که خطوط تأثیر قوه‌های F_1, F_2, F_3 و F_4 در نقطهٔ O یک‌دیگر را قطع می‌کنند. پس نقطهٔ O نقطهٔ تأثیر مشترک این قوه‌ها می‌باشد و قوه‌های F_1, F_2, F_3 و F_4 قوه‌های متلاقی گفته می‌شوند.
هرگاه چند قوهٔ متلاقی بر یک جسم عمل نمایند، یک قوهٔ محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسی با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابی با استفاده از قواعد الجبری به‌دست می‌آید.



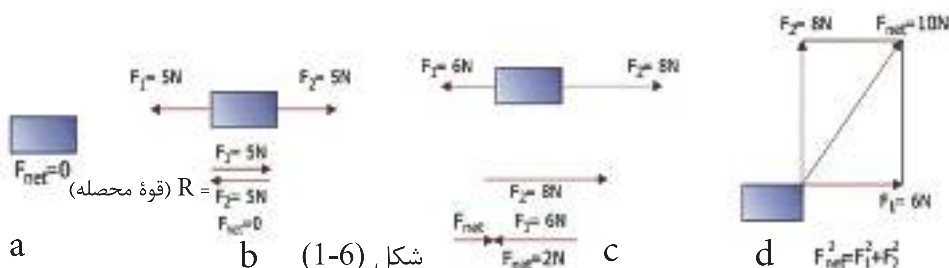
شکل (5-1)



محصلهٔ قوه‌ها

هرگاه در عین وقت، بیشتر از یک قوه، بر جسمی وارد شود. در این حالت یک سیستم قوه‌ها بر جسم عمل می‌کند که بر حالت حرکت جسم تأثیر وارد می‌کند و جمع وکتوری همه قوه‌های مؤثر بر جسم را قوهٔ محصله می‌نامند و آن را به R نشان می‌دهند.

می‌دانیم که قوه‌ها بر اساس قوانین وکتورها جمع می‌شوند شکل‌های زیر نمایانگر این ادعایی ماست. باید به خاطرداشت که قوهٔ محصله، همیشه معادل به مجموع قوه‌های که بالای جسم عمل می‌کند، شده نمی‌تواند؛ یعنی این مجموع را در هر حالت با قوهٔ محصله آن‌ها عوض کرده نمی‌توانیم، بلکه صرف در حالتی این کار امکان پذیر است که قوه‌ها با هم موازی باشند.



شکل (1-6)

محصلهٔ قوه‌ها، جمع وکتوری قوه‌هایی است که بر یک جسم عمل می‌کند. باید گفت که در حل پرسش‌ها به جای $\vec{R}$ سمبول $\left(\sum F\right)$ را نیز به‌کار می‌برند و هم قوهٔ محصلهٔ R را به F_{net} نشان می‌دهیم.

دریافت محصلهٔ قوه‌های متلاقی به صورت هندسی

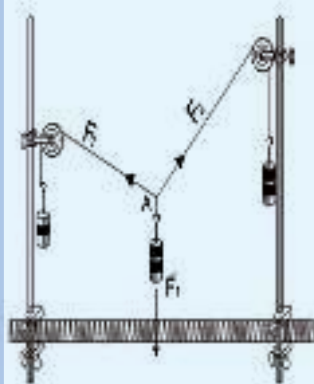
برای دریافت محصلهٔ قوه‌های متلاقی فعالیت زیر را اجرا می‌کنیم:

فعالیت

در یک تجربه، مطابق شکل مقابل دو قوهٔ $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ به صورت مایل، در سمت‌های مختلف به طرف بالا و قوهٔ $\vec{Fr}$ عمود به طرف پایین عمل می‌کنند. مقدار قوه‌ها، توسط وزن‌های که آویزان شده‌اند، تعیین گردیده است. اگر قوه‌ها را به حیث تیرها رسم کنیم، یک هم آهنگی سادهٔ هندسی به‌دست می‌آوریم.

چون نقطهٔ A در حالت سکون است، پس باید $\vec{Fr}$ که محصلهٔ $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ است با قوه مساوی ولی سمت مخالف داشته باشد. اگر در رسم، وکتور $\vec{Fr}$ را در جهت مخالف و مساوی به طول خودش ادامه دهیم، $\vec{F_r'}$ را می‌دهد.

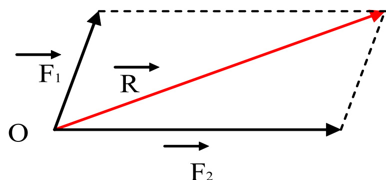
از این‌جا دیده می‌شود که وکتورهای $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ متوازی الاضلاعی را تعیین می‌کنند که $\vec{Fr}$ وتر آن است.


شکل (1-7)

با استفاده از نتیجهٔ فعالیت بالا، محصلهٔ دو قوهٔ غیر موازی را به صورت هندسی که به‌نام قاعده متوازی الاضلاع قوه‌ها یاد شده است چنین بیان می‌کنیم:

قاعده: محصلهٔ دو قوهٔ غیر موازی (متلاقی) که یک زاویه بالای یک جسم اثر می‌کنند از مقدار و سمت وتر متوازی الاضلاعی به‌دست می‌آید که توسط این دو قوه رسم می‌شوند.

اگر ما زاویه‌یی را که بین دو قوه وجود دارد، تغییر بدهیم، مقدار قوهٔ محصله نیز تغییر می‌کند. از این گفته، قاعدهٔ دیگری را به‌دست آورده و آن‌را چنین بیان می‌داریم:



شکل (1-8)

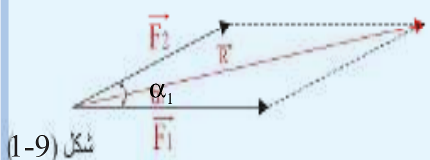
قاعده: مقدار قوهٔ محصله نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاویه‌یی که بین خطوط تأثیر آن دو قوه، موجود است، نیز ارتباط دارد. ارتباطی را که بین مقدار قوهٔ محصله و وسعت زاویه بین دو قوه وجود دارد، در فعالیت زیر تشریح و مشاهده می‌توانیم.



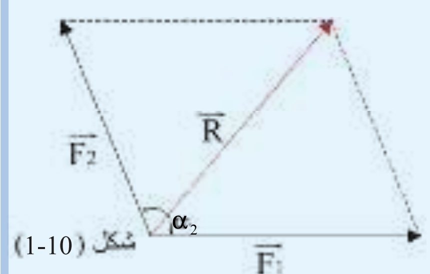
فعالیت

در بالا گفته شد که مقدار قوهٔ محصلهٔ دو قوه‌یی که بر یک جسم عمل می‌کنند، نه تنها به مقدار دو قوه؛ بلکه به وسعت زاویه‌یی که بین قوه‌ها وجود دارد؛ نیز ارتباط دارد. این یک قاعده است و ما آن‌را در این فعالیت به صورت ترسیمی‌به اثبات رسانیده، مشاهده می‌کنیم.

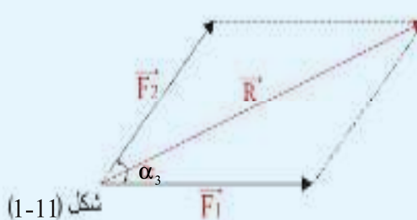
در شکل‌های (1-9)، (1-10) و (1-11) دو قوهٔ $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ در سه حالت، تحت زوایای α_1، α_2 و α_3 بالای یک جسم عمل می‌کنند. برای هر یکی از حالات فوق، در حالی‌که قوه‌ها دارای عین مقدار بوده و بزرگی زاویه بین آن‌ها تفاوت می‌کند، یک قوهٔ محصله را با استفاده از شیوهٔ تکمیل متوازی الاضلاع به‌دست می‌آوریم. وتر این متوازی الاضلاع که مقدار قوهٔ محصله را می‌دهد، اندازه می‌کنیم این وتر با وکتور قوه‌یی F_2, F_1 دارای مبدا مشترک بوده و جهت آن از مبدا به طرف انجام است. در شکل‌ها ملاحظه می‌کنید که مقدار محصلهٔ $\vec{R}$ در هر یکی از شکل‌ها نظر به زاویهٔ α که قوه‌ها باهم می‌سازند، متفاوت است. طوری‌که می‌بینیم، هر قدر زاویه بین دو وکتور قوه کوچک باشد محصلهٔ آن‌ها بزرگ‌تر و بر عکس هر قدر زاویه بین آن‌ها بزرگ باشد، محصلهٔ شان کوچک‌تر است. این فعالیت را هر گروه به طور جداگانه انجام داده و نتایج کار را به هم‌صنفان خود گزارش دهد.



شکل (1-9)



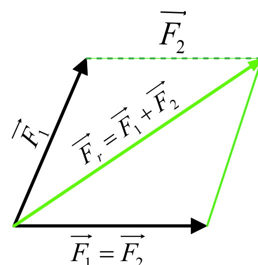
شکل (1-10)



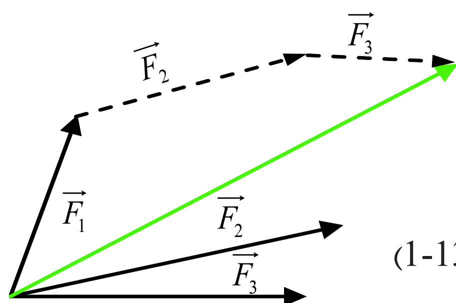
شکل (1-11)

باید گفت که می‌توان همین نتیجه را، با استفاده از قاعدهٔ جمع وکتورها (طریقهٔ انتقال وکتورها) نیز، به‌دست آورد. اینک در شکل‌های (1-12) و (1-13) محصلهٔ قوه‌های را که به صورت متلاقی بریک جسم عمل نموده‌اند، با استفاده از روش انتقال وکتور قوه‌ها چنین به‌دست می‌آوریم:

به انجام وکتور قوهٔ اولی $\vec{F_1}$، یک خط موازی را هم استقامت با خط تأثیر قوهٔ $\vec{F_2}$ رسم می‌کنیم. سپس برروی این خط، قطعه خطی را مساوی به طول وکتور قوهٔ $\vec{F_2}$ جدا و نشانی می‌کنیم و سپس از انجام $\vec{F_2}$ موازی و مساوی به قوهٔ $\vec{F_3}$ خطی را رسم می‌نماییم. اگر انجام $\vec{F_3}$ این قطعه خط را به نقطهٔ آغاز $\vec{F_1}$ وصل کنیم، خطی که به وجود می‌آید محصلهٔ قوه‌های F_1، F_2 و F_3 می‌باشد. شکل (1-13) به خاطر باید داشت که قاعدهٔ متوازی الاضلاع و قاعدهٔ جمع وکتورها برای دریافت قوهٔ محصله دارای همان نتیجه می‌باشد.

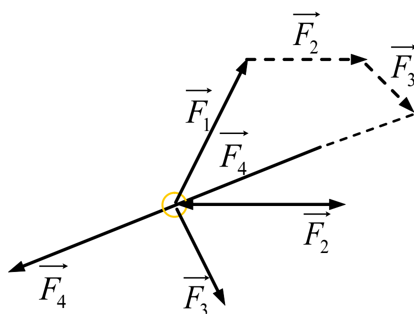


شکل (1-12)



شکل (1-13)

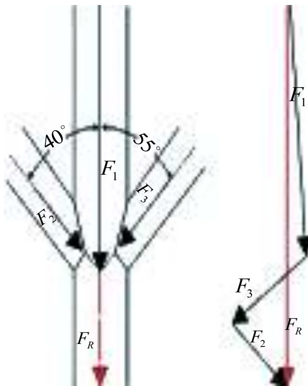
اگر جسم در حال تعادل قرار داده شود، محصلهٔ قوه‌ها مساوی به صفر است و در نتیجه مضلع قوه‌ها یک مضلع بسته است، شکل (1-14). در مضلع بسته انجام قوهٔ آخری با نقطهٔ تأثیر آن قوه منطبق می‌گردد، یعنی: $R=o$ و یا $\sum F=o$



شکل (1-14)



مثال



شکل (1-15)

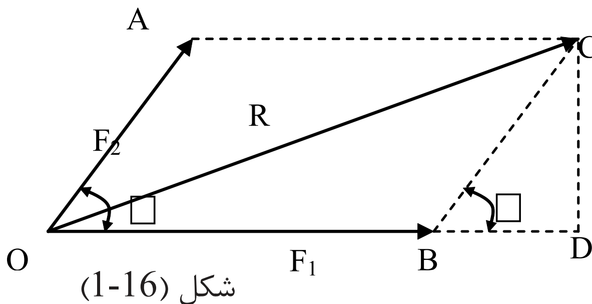
یک ستون، یک وزن $F_1 = 3600N$ را می‌بردارد. در حین زمان بر این ستون، دو قوه که یکی آن $F_2 = 1200N$ تحت زاویهٔ 40° با $\overrightarrow{F_1}$ و قوهٔ $F_3 = 1440N$ مطابق شکل تحت زاویهٔ 55° با $\overrightarrow{F_1}$ فشار وارد می‌کنند حال مقدار و سمت قوهٔ محصله را دریافت می‌نماییم.

حل: در نخست یک واحد مقیاسی طول برای قوه انتخاب می‌کنیم. به طور مثال $1cm = 1000N$ را قبول می‌کنیم. سپس قوه‌های F_1, F_2 و F_3 را بر اساس واحد مقیاسی که قبول کرده‌ایم، با رعایت سمت و مقدار شان، در یک مضلع قوه‌ها انتقال می‌دهیم. طول محصلهٔ قوه‌ها از روی شکل مساوی به $5.3cm$ است، پس با استفاده از مقیاسی که در بالا پذیرفته شد، داریم که: $R : 1000\ N = 5.3cm : 1cm, R = 5300\ N$

و زاویه‌یی که محصله با افق می‌سازد، عبارت از 86° می‌باشد.

دریافت محصلهٔ قوه‌های متلاقی به صورت الجبری

هرگاه دو قوهٔ F_1 و F_2 بریک جسم طوری عمل کنند که خطوط تأثیر شان با هم زاویهٔ α را بسازند شکل (1-16). در این صورت برای دریافت بزرگی یا مقدار محصله و سمت آن، متوازی الاضلاع وکتورهای آن دو قوه را تکمیل نموده و از روی آن محصله را سنجش می‌کنیم.



شکل (1-16)

در مثلث قایم الزاویهٔ $O\hat{D}C$ دیده می‌شود که:

$$OC^2 = R^2 = OD^2 + DC^2 \text{......................} 1$$

$$OB = F_1 \quad , \quad OD = OB + BD = F_1 + BD$$



حالا اگر قیمت(OD)را در رابطهٔ 1 بگذاریم پس داریم که:

$$R^2 = (F_1 + BD)^2 + DC^2$$

$$R^2 = F_1^2 + 2F_1 \cdot BD + BD^2 + DC^2 \text{...............}2$$

از مثلث قایم الزاویهٔ $B\hat{D}C$ چنین می‌توان نوشت:

$$BC^2 = F^2{}_2 = BD^2 + DC^2$$

حال به عوض $BD^2 + DC^2$ مقدار مساوی آن یعنی $\left(F_2^2\right)$را در رابطهٔ 2 می‌گذاریم:

$$\vec{R}^2 = F_1^2 + 2F_1 \cdot BD + F_2^2 \text{.................}3$$

از مثلث $B\hat{D}C$ مقدار BD را دریافت نموده و در رابطهٔ 3 وضع می‌کنیم:

$$BD = \vec{F}_2 \cdot \cos\hat{\alpha}$$

$$\vec{R}^2 = (\vec{F}_1^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \cos\hat{\alpha} + \vec{F}_2^2)$$

$$\vec{R} = \sqrt{F_1^2 + F^2{}_2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\hat{\alpha}}$$

ما گفتیم که مقدار قوهٔ محصله به بزرگی زاویه‌ای که بین دو قوه وجود دارد، ارتباط دارد. حالا قیمت محصلهٔ R را نظر به قیمت $\hat{\alpha}$مورد مناقشه قرار می‌دهیم:

1. اگر $\hat{\alpha} = 90^\circ$باشد، پس $\cos 90^\circ = 0$بوده و داریم که:

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \times 0}$$

$$\vec{R} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2}$$

$$\overrightarrow{R^2} = \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2$$

2. اگر $\alpha = 180^\circ$باشد، پس $\cos 180^\circ = -1$بوده و می‌توانیم بنویسیم:

$$R = \sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2 + 2F_1 \cdot F_2(-1)}$$

$$R = \sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2 - 2F_1 \cdot F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$



3. هرگاه $\hat{\alpha} = 0^\circ$ باشد در آن صورت $\cos 0^\circ = 1$ بوده و داریم که:

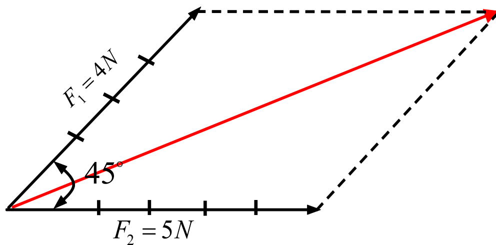
$$R = \sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2 + 2F_1 \cdot F_2(+1)}$$

$$R = \sqrt{F^2{}_1 + F^2{}_2 + 2F_1 \cdot F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 + F_2)^2}$$

$$R = F_1 + F_2$$

مثال: شکل زیر را در نظر می‌گیریم، محصلهٔ قوه‌ها را با استفاده از رابطه‌یی که آموختیم محاسبه می‌کنیم:



حل:

$$\vec{F}_1 = 4N$$

$$\vec{F}_2 = 5N$$

$$\hat{\alpha} = 45^\circ$$

$$\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابر این داریم که:

$$R = \sqrt{F^2{}_1 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos\alpha}$$

$$= \sqrt{(4^2) + (5^2) + 2 \times 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$R = \sqrt{16 + 25 + 20\sqrt{2}} = \sqrt{41 + 20\sqrt{2}}$$

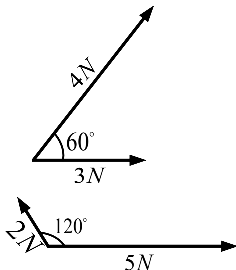
$$R = \sqrt{41 + 20 \times 1.414} = \sqrt{41 + 28.28} = \sqrt{69.28} = 8.32N$$

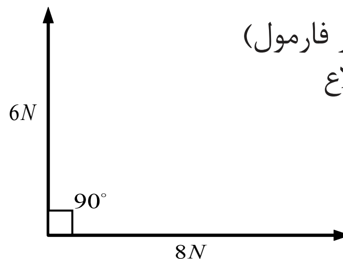
سؤال

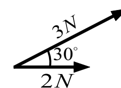
شکل‌های زیر را در نظر بگیرید که در آن‌ها قوه‌ها به مقدارهایی که داده شده است، زیر زاویه‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند. مقدار و سمت محصلهٔ قوه‌ها را به دو شیوهٔ زیر به‌دست آرید:

1 - طریق محاسبوی (استفاده از فارمول)

2 - طریق تکمیل متوازی الاضلاع

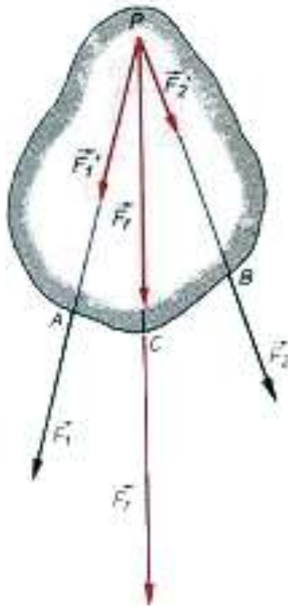






قوه‌های که بر نقاط مختلف یک جسم تأثیر می‌کنند

ما در درس پیشتر تأثیرات قوه‌های متلاقی را که در وضعیت‌های مختلف بر جسم عمل می‌کنند، مطالعه کردیم. هم‌چنان با شیوه‌های دریافت محصلهٔ آن‌ها از نظر ترسیمی و هم محاسبوی آشنایی حاصل کردیم.



شکل (17-1)

یکی از حالات دیگری که بیشتر در حوادث تخنیکی پیش می‌آید، حالتی است که اگر دو قوه بر دو نقطهٔ یک جسم عمل کنند، چگونه می‌توان محصلهٔ آن‌ها را به صورت هندسی به‌دست آورد؟ در شکل (17-1) دیده می‌شود که دو قوهٔ $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بر دو نقطهٔ A و B یک جسم اثر می‌کنند. این دو نقطه، موقعیت‌های مختلف دارند. چگونه می‌توان محصلهٔ این دو قوه را به‌دست آورد؟ از درس‌های پیشتر آموختیم که یک قوه را می‌توان بر روی خط تأثیر آن تغییر مکان داد، طوری‌که در سمت و مقدار آن هیچ تغییری به وجود نیاید. با استفاده از همین قاعده، خطوط تأثیر هر دو قوه را تا نقطهٔ P امتداد می‌دهیم تا هم‌دیگر را قطع کنند. از نقطهٔ P بر روی خطوط تأثیر هر یک از قوه‌ها، قوه‌های مساوی به آن‌ها را جدا می‌کنیم.

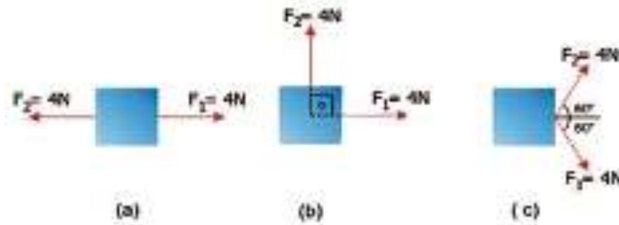
که عبارتند از $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ برای دریافت قوهٔ محصله از قاعدهٔ متوازی الاضلاع استفاده می‌کنیم که قوهٔ محصله $\vec{F}_r$ به‌دست می‌آید. این محصله دارای خط تأثیر $\overline{PC}$ است و نقطهٔ تأثیر محصله را می‌توان طور کیفی برروی خط تأثیر آن مثلاً در نقطهٔ C انتخاب کرد. طوری‌که در شکل، $\vec{F}_r$ محصله را ارایه می‌کند.

از این عملیه، این نتیجه هم به‌دست می‌آید که قوهٔ محصله دارای همان مقدار و همان جهت می‌بود، اگر قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) برجسم، درعین نقطه تاءثیر می‌کردند.

تمرین‌ها

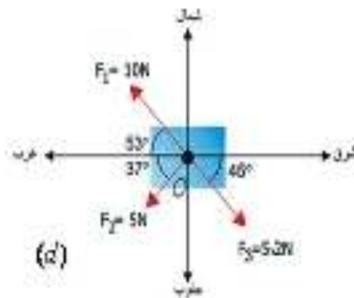
1 - محصلهٔ قوه‌ها چیست؟ برای تشکیل یک محصله، موجودیت چند قوه حداقل ضروری است. از نظر ریاضی محصله را چگونه علامت گذاری کرده‌اند؟

2 - بزرگی و جهت تعدادی از قوه‌ها که بالای یک جسمی‌بدون اصطکاک عمل می‌کنند در شکل‌های a، b و c داده شده است. قوهٔ محصله را برای هر یک از حالات داده شده پیدا کنید.



3 - در دیاگرام (d) سه قوه بر یک جسم عمل می‌کنند. قوهٔ محصله را که بر جسم وارد می‌شود به‌دست آورید.

$$\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6, \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



1-3: تعادل کتلهٔ نقطه‌یی

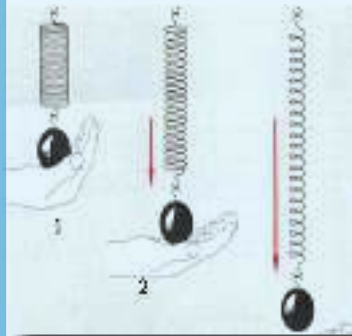
پیش از آن‌که دربارهٔ تعادل صحبت کنیم، لازم است که در بارهٔ کتلهٔ نقطه‌یی توضیح‌های داشته باشیم. ما از درس‌های گذشته، کتلهٔ یک جسم را می‌شناسیم و می‌دانیم که کتله عبارت از مقدار موادی است که در جسم، جابجا شده است و واحد اندازه‌گیری آن کیلوگرام است، که در عمل یک کیلوگرام کتله را، کتلهٔ یک لیتر آب خالص در درجهٔ حرارت $4^\circ C$ قبول نموده‌اند. اصطلاح دیگری که در موارد معین در علم فزیک به‌کار برده می‌شود، عبارت از کتلهٔ نقطه‌یی است که به منظور، ایجاد سهولت در حل مسایل علم فزیک از آن استفاده می‌شود.

- کتلهٔ نقطه‌یی عبارت از کتلهٔ یک جسم اید آلی است که گویا تمام موادی که در ساختمان آن جسم به‌کار رفته است، در یک نقطه متمرکز شده باشد.
از این تعریف معلوم می‌شود که کتلهٔ نقطه‌یی موجودیت واقعی ندارد و صرف برای انجام محاسبات و حل مسایل به صورت فرضی پذیرفته شده است. پس این پرسش به وجود می‌آید که در عمل چگونه یک کتله نقطه‌یی را می‌توان تجسم کرد و نقش کتلهٔ نقطه‌یی در حل مسایل فزیکی در چیست؟ هر جسم حقیقی که جسامت (بزرگی) و شکل آن، هنگام مطالعهٔ یک مسئله میخانیکی نقشی نداشته و قابل صرف نظر باشد، می‌تواند به حیث یک جسم یا کتله نقطه‌یی قبول گردد. مثال‌های زیر موضوع را وضاحت بیشتر می‌دهد:
1 - هنگام محاسبه حرکت سیارات به دور آفتاب، می‌توان سیارات را کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد.
2 - برای محاسبه مدار پرواز یک توپ تینس، توپ را می‌توان به حیث یک کتلهٔ نقطه‌یی پذیرفت.
3 - در مودل سادهٔ اتم‌هایدروجن، الکترون و پروتون را می‌توان به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول کرد. باید گفت که ما در عمل با سیستم‌هایی از کتله‌های نقطه‌یی سر و کار داریم، که هر سیستم دارای تعداد زیادی از کتله‌های نقطه‌یی هستند، به طور نمونه گازها، مایعات، اجسام ارتجاعی (الاستیکی)، اجسام جامد، اتم‌ها، مالیکول‌ها، سیستم سیارات، همه این‌ها در موارد معینی به حیث کتله‌های نقطه‌یی قبول شده می‌توانند.

تعادل عکس العمل یک جسم در برابر تأثیر یک قوه: پیش از این در مورد قوه، تأثیرات و انواع آن صحبت کردیم و گفتیم که قوه عاملی است که هر گاه بر یک جسم تأثیر کند، می‌تواند در حالت حرکت جسم تغییر وارد کند، یعنی سمت و سرعت حرکت جسم را تغییر دهد و یا باعث تغییر شکل جسم شود. ما از تأثیرات قوه بر جسم صحبت کردیم ولی از عکس العمل جسم در برابر تأثیر قوه تا حال چیزی نگفته‌ایم. ما این پرسش را تا حال پاسخ نداده‌ایم که اگر یک قوه بر یک جسم عمل کند، آیا جسم در برابر تأثیر آن قوه، از خود چه عکس العمل نشان می‌دهد؟ ویا وقتی‌که یک جسم در حالت سکون قرار دارد، به این معناست که هیچ قوه‌یی بر آن تأثیر نکرده است؟ شما می‌دانید که، هر جسم دارای وزن است که آن‌را قوهٔ ثقل نام داده‌اند، پرسش دیگر این است که آیا می‌توان تأثیر قوهٔ وزن یک جسم را بالای آن جسم از بین برد؟ برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم:



فعالیت



شکل (18-1)

1 - یک جسم را از یک فنر آویزان می‌کنیم، طوری‌که با قرار دادن دست خود در زیر آن قوهٔ وزن جسم را احساس کنیم (حالت 1).

2 - با آهسته‌گی دست خود را به طرف پایین می‌کشانیم، یک کمی‌احساس سبکی می‌کنیم و در عین وقت فنر به اثر قوهٔ وزن جسم دراز می‌شود (حالت 2).

3 - فنر با رسیدن به یک موقعیت معین، دیگر دراز نمی‌شود و جسم به حالت آزاد به فنر آویزان می‌ماند (حالت 3).

چرا جسم، دیگر قادر نیست که فنر را به طرف پایین بکشاند؟ برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت دومی زیر را انجام می‌دهیم.



فعالیت

یک جسم (وزن کوچک) را به وسیلهٔ تار به فنر آویزان می‌کنیم. دیده می‌شود که فنر به اثر وزن جسم کش و دراز می‌شود و بعد در یک موقعیت معین به وضعیت آرامش یعنی سکون می‌رسد.

در این حالت که جسم در حالت سکون قرار می‌گیرد، به زودی تار را با یک قیچی مطابق شکل قطع می‌کنیم. چه رخ می‌دهد؟ دو تأثیر قوه به مشاهده می‌رسد:

1 - وزنهٔ کوچک به زمین سقوط می‌کند.

2 - فنر به سرعت به طرف بالا خود را جمع می‌کند و به حالت اولی بر می‌گردد. از این وضعیت می‌توان نتیجه گرفت که باید دو قوه در کار دخیل بوده باشد.

a) قوهٔ وزن وزنهٔ کوچک که در فنر آویزان شده است.

b) قوه‌یی که توانسته است فنر را دوباره به حالت اولی آن بر گرداند که به این قوه، قوهٔ برگرداننده نام می‌دهیم.



شکل (19-1)

اکنون به پرسش بالا که چرا فنر در مرحلهٔ آخر فعالیت قبلی به اثر تأثیر وزن، دیگر دراز نشد، جواب داده می‌توانیم و به نتیجه می‌رسیم که هر قدر با تأثیر وزن جسم به درازی فنر افزوده می‌شود، به همان اندازه، فنر قوهٔ بر گردانندهٔ بیشتر را در خود انکشاف می‌دهد که این قوهٔ برگرداننده با وزن وزنهٔ کوچک در سمت مخالف قرار دارد. در صورتی‌که هر دو قوه یعنی وزن وزنه و قوهٔ برگردانندهٔ فنر با هم مساوی شوند. در این حالت فنر دیگر دراز نشده و حالت سکون مسلط می‌گردد. در این حالت می‌توان گفت که: قوهٔ وزن جسم مساوی به قوهٔ برگردانندهٔ فنر است و چون قوهٔ بر گردانندهٔ فنر در جهت مقابل قوهٔ وزن وزنهٔ کوچک به حیث یک قوهٔ متقابل عمل می‌کند. پس می‌توان گفت که: قوهٔ وزن= قوهٔ متقابل

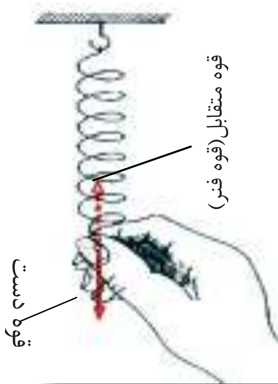
قوهٔ متقابل

شما از تجارب بالا با مفهوم قوهٔ متقابل (عکس العمل) آشنا شدید و حالا می‌دانید که این قوه در به وجود آوردن حالت تعادل مؤثر است.

اگر یک جسم در استقامت خط تأثیر قوه‌یی که بر آن عمل کرده است، حرکت نکند، در این حالت، قوه صرف سبب تغییر شکل در جسم می‌شود. پس از آن‌که تغییر شکل در جسم صورت گرفت، جسم بار دیگر حتا اگر تأثیر قوه هم ادامه داشته باشد، به حالت اولی یعنی به حالت آرامش بر می‌گردد و این قوه که از خارج بر جسم اثر کرده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر جدیدی بر جسم شود، زیرا یک قوهٔ دیگر که از محل اتصال جسم مقابل، مثلاً دیوار، میز وغیره بر جسم عمل می‌کند، تأثیر قوهٔ خارجی را خنثی می‌کند، یعنی آن‌را در تعادل می‌آورد.

قوه‌یی که تأثیر قوهٔ اثر کننده را بر جسم خنثی ساخته و سبب تعادل و یا توازن در جسم می‌گردد، به نام قوهٔ متقابل یاد می‌شود.

در شکل دیده می‌شود که قوهٔ عاملی‌که توسط دست به وجود آمده با قوهٔ متقابل فنر خنثی می‌شود و فنر را در حالت تعادل قرار می‌دهد. در این نمایش و در تجربهٔ بعدی می‌توان قوهٔ متقابل را با دست احساس کرد. قوهٔ عامل و قوهٔ متقابل با هم مساوی؛ ولی دارای سمت‌های متقابل هستند. قوهٔ عامل و یا قوه‌یی که از خارج بر جسم وارد شده است، دیگر نمی‌تواند سبب تأثیر گردد. زیرا اثر آن توسط قوهٔ متقابل که توسط جسم سخت و محکم عمل می‌کند، خنثی شده و باعث تعادل آن می‌گردد.

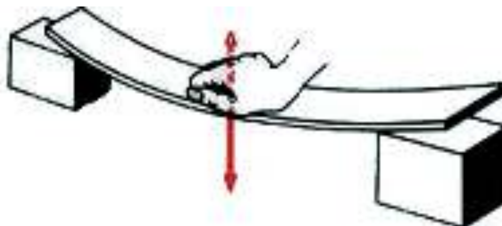


شکل (1-20)



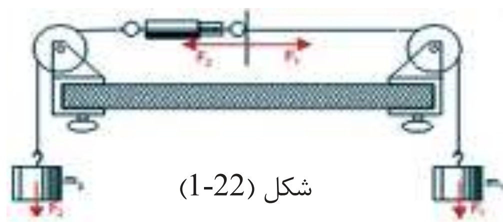
بحث کنید

یک تختهٔ چوبی که قرار شکل (1-21) از دو انجام بر روی جسمی‌تکیه داده شده و توسط دست در قسمت وسط آن قوه وارد شده است، دیده می‌شود که تخته با خمیده گی که به اثر قوهٔ دست حاصل کرده است، مقابله می‌کند تا به حالت اولی برگردد. چرا چنین واقع می‌شود؟ در مورد با اعضای گروه خود مناقشه نموده نتایج مباحث خود را به مقابل صنف گزارش دهید.

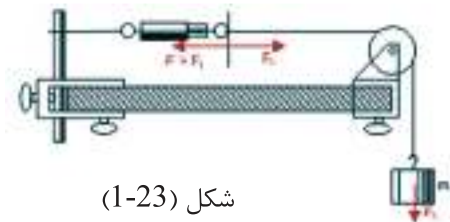


شکل (1-21)

قوهٔ متقابل یا عکس العمل (reaction force) همیشه مساوی با قوهٔ عمل (action force) است، ولی در جهت مخالف. باید گفت که هرگاه جسمی را در یک نقطه محکم بسته کنیم، قوهٔ عکس العمل در نقطهٔ اتصال، خود به خود به وجود می‌آید. به این معنی که تأثیر یک قوهٔ بدون پیدایش قوهٔ عکس العمل نا ممکن است. وضاحت این موضوع را در حالت‌های اول و دوم تجربه‌های زیر به خوبی دیده می‌توانید.


شکل (1-22)

حالت اول
قوهٔ کشش بالای تار توسط دو وزن آویزان شده


شکل (1-23)

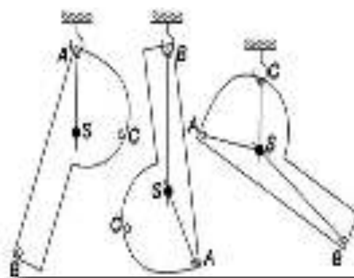
حالت دوم
قوهٔ کشش بالای تار توسط یک وزن آویزان شده

در حالت اولی هم قوهٔ عمل، وهم قوهٔ عکس العمل (F_1 و F_2) هر دو به وسیلهٔ دو وزنی که آویزان شده‌اند، به وجود می‌آید. در حالت دومی، قوهٔ که به اثر اتصال میله به وجود می‌آید، توسط قوهٔ عکس العملی که توسط وزن آویزان شدهٔ (F_2) به وجود آمده است، وزنه را در تعادل قرار داده است. از نتیجهٔ شرح دادن بالا مفهوم تعادل را می‌توان چنین خلاصه کرد: هرگاه یک قوه بر جسمی که در یک نقطه محکم بسته شده باشد، تأثیر کند، این جسم تنها زیر تأثیر این قوه قرار نداشته، بلکه قوهٔ دیگری هم بر آن تأثیر دارد، که آن عبارت از قوهٔ متقابل است. چون این هر دو قوه تأثیرات یک‌دیگر را برابر هم از بین می‌برند، بنابر این حرکتی به وجود نمی‌آید و صرف به سبب به وجود آمدن قوهٔ متقابل، تغییری در شکل جسم پدیدار می‌گردد. اگر قوهٔ عامل و قوهٔ متقابل که آن‌ها را عمل و عکس العمل هم می گویند، دارای مقدارهای مساوی ولی سمت‌های مخالف باشند، هر دو قوه می‌توانند سبب تغییر شکل جسم شوند، ولی حالت حرکت جسم را تغییر داده نمی‌توانند و جسم در حالت سکون می‌ماند که به عبارهٔ دیگر می‌گویند، قوه‌ها در تعادل هستند. عین قانون‌مندی در حالت عملکرد دو قوه یا بیشتر از دو قوه نیز صدق می‌کند، به این معنی که هرگاه دو یا بیشتر از دو قوه بر یک جسم اثر کنند و سبب تغییر در حالت حرکت جسم نشوند، یا این‌که قوه‌های عامل بر جسم، تأثیرات یک‌دیگر را خنثی سازند، در این صورت گفته می‌شود که جسم یا قوه‌ها در حالت تعادل قرار دارند. باید توجه کرد، همه اشیاء و اجسامی‌که در محیط ماحول ما هستند، تاحدی همه در حالت سکون قرار دارند. بودن آن‌ها در حالت سکون، به سببی نیست که گویا قوه‌یی بر آن‌ها اثر نمی‌کند، بلکه دلیل سکون آن‌ها این است، که همهٔ این قوه‌ها تأثیرات یک‌دیگر را بر طرف ساخته و اجسام را در حالت تعادل قرار داده‌اند.

حالات تعادل در اجسام و پایداری

پیش از این‌که، دربارهٔ انواع حالات تعادل و پایداری چیزی بگوییم، لازم است به یاد بیاوریم که در درس‌های از این پیش دربارهٔ مرکز ثقل در اجسام مطالبی را آموخته بودیم. اکنون برای درک بیشتر مفهوم تعادل و انواع آن و هم‌چنان شناخت حالات پایداری اجسام، لازم است به طور فشرده بر موضوع مرکزثقل مرور دوباره کنیم. اگر یک جسم را مطابق شکل (1-24) از نقاط مختلف آن (A، B و C) آویزان کنیم، مشاهده خواهید کرد که جسم پس از یک حرکت نوسانی کوتاه به یک حالت معینی قرار می‌گیرد. توجه نمایید که در روی جسم یک نقطهٔ ثابتی (نقطهٔ S) وجود دارد که موقعیت خود را در هر حالت تغییر نمی‌دهد. این نقطهٔ ثابت S نقطهٔ تأثیر محصلهٔ قوه‌های ثقل همه ذرات جسم است، زیرا در جسم صرف یک نقطه با این خاصیت وجود دارد که جسم در هر موقعیت توسط مومنت دوران قوهٔ ثقل، در یک موقعیت عمودی که در زیر نقطهٔ تأثیر قوه‌یی که در آن آویخته شده است، قرار می‌گیرد.

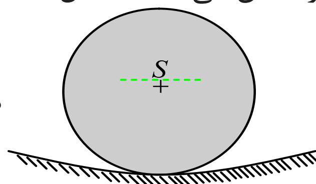
چون در این نقطه مجموع قوه‌های ثقل کل جسم تأثیر می‌کند، این نقطه را مرکز ثقل جسم می‌نامند و خطوطی که از این نقطه عبور می‌کند به نام خطوط ثقل یاد می‌شوند. می‌توان چنین فکر کرد که تمام کتلهٔ جسم در مرکز ثقل آن جسم، متمرکز شده است.



شکل (1-24) تعین مرکز ثقل یک جسم

حالات تعادل: شناخت مرکز ثقل ما را کمک می‌کند که حالات تعادل را به ساده‌گی مورد مطالعه قرار دهیم. یک جسم وقتی در حالت تعادل است که با وجود تأثیر قوه‌ها بالای آن باز هم در حالت سکون قرار داشته باشد. چون در هر جسم قوهٔ ثقل یا قوهٔ جاذبهٔ زمین به مرکز ثقل آن عمل می‌کند و جسم را به طرف پایین می‌کشاند، بنابرآن حالت تعادل وقتی برقرار بوده می‌تواند که مرکز ثقل نتواند به طرف پایین حرکت کند. اگر یک جسم به نقطه‌یی بسته نشده باشد، بلکه برروی سطح پایینی خود قرار داشته باشد، برای حرکت‌های ممکنهٔ این جسم، سه حالت زیر را مطالعه و از هم تفکیک کرده می‌توانیم:

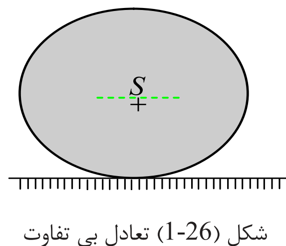
حالت اول– وقتی‌که جسم از اثر یک قوه از حالت تعادل خارج ساخته شود و پس از آن‌که از قید تأثیر قوه آزاد شود، بتواند پس به حالت اولی خویش برگردد. مخروطی که از قاعده بر سطح زمین یا روی میز گذاشته شده است ویا جسم کره‌یی که در بین یک ظرف مقعر قرار گرفته باشد، مثال‌های از این حالت را نشان می‌دهند، شکل (1-25).



شکل (1-25) تعادل پایدار

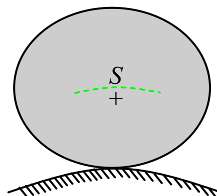
این نوع تعادل را تعادل پایدار (stable) می‌نامند. این نوع تعادل، در همهٔ حالاتی به‌کار می‌رود که ضرورت است، اشیاء در وضع مطمئن سکون قرار داده شوند.

حالت دوم– در همه حرکت‌هایی که ارتفاع مرکزثقل جسم در هنگام حرکت از سطح قاعدهٔ آن تغییر نکند و جسم در موقعیت نو خویش باز هم در حالت تعادل قرار بگیرد؛ یعنی حالت تعادل خویش‌را حفظ کند؛ مانند: یک توپ یا مخروطی که بالای سطح جانبی‌اش روی میز قرار داده شود. این نوع تعادل را تعادل بی تفاوت یا (indifferent) می گویند. از این گونه حالت تعادل وقتی استفاده می‌شود که ضرورت است، اشیای متحرک باشد، به طور نمونه در وسایط ترانسپورتی و یا در محورهای دورانی، شکل (26-1).



شکل (26-1) تعادل بی تفاوت

حالت سوم– اگر جسم با اندک حرکت، از حالت تعادل بیجا شود و نتواند دوباره به حالت اولی خود برگردد، تعادل را نا پایدار گویند. به طور مثال اگر یک کرهٔ کوچک در بلندترین نقطهٔ یک جسمی‌با سطح فوقانی محدب قرار داده شود و یا مخروطی که از رأس آن روی زمین تکیه کرده باشد، این اجسام مطابق شکل (27-1) با اندک تکان یا لرزش از وضع تعادل خارج می‌شوند. از همین جهت است که حالات تعادل ناپایدار از لحاظ تخنیکی مورد استعمال ندارند.

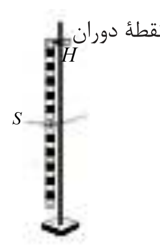


شکل (27-1) تعادل ناپایدار

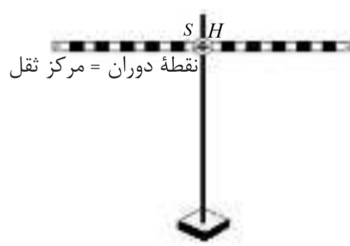


سؤال

یک خط کش در سه حالت (a,b,c) مطابق شکل از نقاط مختلف بر یک پایه آویزان شده است. خط کش در وضعیت‌های بالا در حالت‌های پایدار، بی تفاوت و ناپایدار دیده می‌شود. خصوصیت هر یک از حالات را بیان نمایید.



تعادل پایه دار



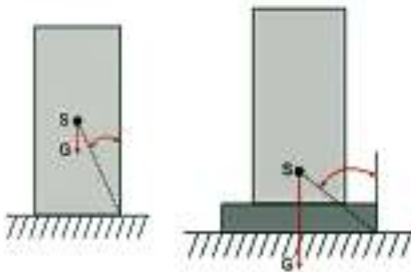
تعادل بی‌تفاوت



نقطهٔ دوران تعادل نا پایه دار

پایداری
اجسامی‌که مرکزثقل آن‌ها بالاتر از سطح زیرین اتکای شان قرار داشته وخط عمود از مرکز ثقل از سطح اتکای شان خارج نشود، در حالت تعادل پایدار قرار دارند؛ زیرا در اثنای چپه شدن مرکز ثقل آن‌ها تغییر موقعیت داده بالا می‌رود. پایداری در یک جسم همیشه دارای همان قیمت نمی‌باشد. یک جسم (مکعب مستطیل) اگر بر سطح جانبی بزرگ‌تر خویش اتکاء داشته باشد، دارای یک قیمت پایداری است، در حالی‌که اگر بر سطح جانبی کوچک‌ترش اتکاء داشته باشد، پایداری آن قیمت دیگری را خواهد گرفت.

(هر قدری‌که مرکزثقل جسم پایین‌تر، وزن جسم بیشتر و سطح اتکای جسم بزرگ‌تر باشد، پایداری آن جسم بیشتر می‌باشد.) از سه شرطی که در بالا گفتیم، بیشتر برای زیاد ساختن پایداری جسم استفاده می‌کنند. چنانکه اگر به سطح پایینی یک جسم مطابق شکل (1-28) پایهٔ سنگین و عریضی اضافه کنیم، موقعیت مرکز ثقل جسم پایین می‌افتد، وزن جسم زیاد می‌شود و در نتیجه پایداری جسم ارتقا می‌یابد.



شکل (1-28)

1-4: مومنت قوه (تورک)
ما می‌دانیم که قوه‌ها، به شکل‌های مختلف می‌توانند بر اجسام، تأثیر کنند؛ به طور مثال قوه‌های متلاقی که از این پیش محصلهٔ آن‌ها را به صورت هندسی و هم به صورت محاسبوی پیدا کردیم و دانستیم که مقدار قوهٔ محصلهٔ دو یا بیشتر از دو قوهٔ متلاقی بسته‌گی به‌اندازهٔ زاویه‌یی دارد که بین خطوط تأثیر این قوه‌ها تشکیل می‌شود. ما دیدیم که اگر یک قوه بر جسم تأثیر کند، جسم در برابر آن قوه عکس العمل نشان می‌دهد و از این‌جا به موجودیت قوهٔ متقابل پی بردیم و نقش قوهٔ متقابل را در پیدایش حالت تعادل دانستیم. از آن‌چه که گفته شد، واضح می‌گردد که قوه در هر یک از حالات بالا، اثرات معینی را بر جسم وارد می‌کند. در بیشتر حالات وقتی که قوه بر جسم اثر می‌کند، می‌تواند سبب حرکت جسم در امتداد یک فاصله شود. اما تأثیرات قوه می‌تواند، بر جسم نوع دیگر حرکت را نیز تولید کند.

به طور مثال جسمی‌را در نظر بگیرید که به یک محور اتکاء داشته باشد. هنگامی‌که قوه بر آن تأثیر کند، در این حالت، قوه، جسم را به حول محور، به حرکت دورانی می‌چرخاند.

اثری را که توسط قوه در حرکت دورانی بروز می‌کند، به‌نام مومنت قوه یا مومنت دوران و یا هم تورک می‌نامند. مومنت قوه را به M و تورک را به حرف یونانی (τ) نشان می‌دهند.

با ارایهٔ مثال زیر دربارهٔ مفهوم مومنت قوه وضاحت بیشتر می‌دهیم:

مشکل است یک پیچ را با دست، خوب محکم کرد. در حالی‌که آن‌را می‌توان با یک رنچ به آسانی محکم نمود. سبب آن این است که رنچ، یک اثر دورانی بزرگ را تولید می‌کند، شکل (1-29).

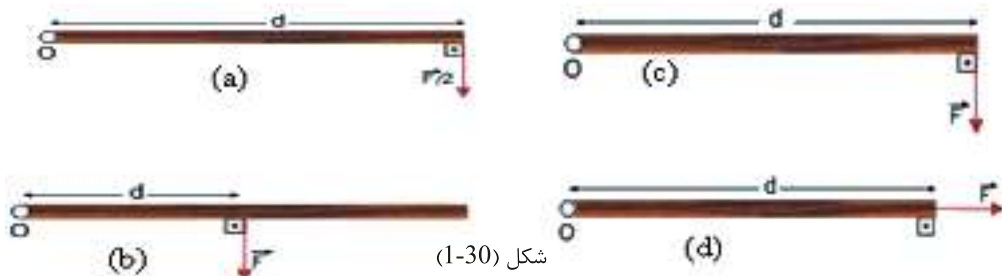
نقطه‌یی که قوه، جسمی را به گرداگرد آن به دوران می‌آورد. به‌نام نقطهٔ دوران یاد می‌شود. در شکل، رنچ پیچ را به دوران می‌آورد.



شکل (29-1) محکم کردن پیچ توسط رنچ

یک قوه می‌تواند مومنت‌های مختلفی را که به موقعیت نقطهٔ تأثیر و سمت آن قوه ارتباط دارد بر یک جسم وارد کند. ما در شکل ذیل چهار حالت را دیده می‌توانیم. در هر یکی از حالات چهارگانه، میله طور آزادانه به حول نقطهٔ O دوران می‌تواند.

مومنتی که در حالت A عمل می‌کند، بزرگ‌تر است از مومنتی که بر میله در حالت B عمل می‌نماید، در حالی‌که در هر دو حالت مقدار قوه مساوی است.



شکل (30-1)

در شکل‌های A و C که قوه‌ها در همان نقطه عمل می‌کنند، چون مقدار قوه‌ها ازهم متفاوت می‌باشد، حادثهٔ دوران نیز از هم متفاوت است. مومنتی که در جسم در حالت D عمل می‌کند، مساوی به 0 است؛ زیرا در این حالت قوه به فاصله و زاویهٔ صفر بر جسم عمل می‌کند و سر انجام می‌توان گفت که اثر یا مومنتی را که یک قوه در حادثهٔ دوران تولید می‌کند، به سه پارامتر ارتباط دارد:

1. مقدار قوه
2. فاصله بین نقطهٔ تأثیر قوه و محور دوران و یا خطی که جسم به گرداگر آن دور می‌زند و به حرف (D) نشان داده شده است.
3. زاویه‌یی (θ) که بین وکتور قوه و خطی که محور را با نقطهٔ تأثیر قوه وصل می‌کند، قرار دارد.

اگر یک قوه مطابق شکل (31-1) بالا طور عمودی بر خط ارتباطی نقطهٔ دوران و نقطهٔ تأثیر قوه بر یک جسم عمل کند، یعنی $F \perp d$ باشد، در این حالت مومنتی که این قوه تولید می‌کند، دارای قیمت اعظمی می‌باشد که این مومنت را به ریاضی چنین افاده می‌کنند:

$$M = F \cdot d ....(F \perp d)$$



شکل (1-31) مومنت صفر است، زیرا خط تأثیر قوه از نقطهٔ دوران عبور می‌کند.

اگر قوه بر جسم موازی با خطی که نقطهٔ تأثیر قوه را با نقطهٔ دوران وصل می‌کند، عمل کند، یعنی $(F \parallel d)$ باشد، در آن صورت مومنتی را که این قوه تولید می‌کند، مساوی به صفر است، یعنی: $M = 0$ شکل (1-32).



شکل (1-32)

به صورت عموم، یک قوه همیشه به دو مرکبهٔ خود تجزیه شده می‌تواند که یکی آن موازی و دیگرش عمود بر خطی است که نقطهٔ دوران را با نقطهٔ تأثیر قوه وصل می‌کند.



شکل (1-33) وقتی‌که قوه بر جسم عمل کند و خط تأثیر قوه برمحور دوران عمود باشد. مومنتی که قوه وارد می‌کند، اعظمی است.

چنانکه در شکل (1-33) دیده می‌شود، مومنتی که توسط قوهٔ $\vec{F}$ تولید می‌شود، مساوی به مومنتی است که مرکبهٔ عمودی همین قوه (F_1) که بر فاصلهٔ نقطهٔ تأثیر تا محور دوران عمود می‌باشد، به وجود آورده است. زیرا مومنت مرکبهٔ دومی (F_2) که با خط اتصال موازی می‌باشد، صفر است یعنی: $M_2 = F_2 \cdot 0 = 0$ در صورتی‌که:

$$M = M_1 = F_{\perp} \cdot d$$

$$M = (F \sin\hat{\theta}) \cdot d \qquad M = \vec{F} \cdot d \sin\hat{\theta}$$

در رابطهٔ بالا، θ زاویه بین قوه و خطی است که نقطهٔ دوران را با نقطهٔ تأثیر قوه وصل می‌کند.

مثال

قوهٔ 15N بر میله‌یی که 0.2 متر طول دارد، مطابق شکل عمل می‌کند. حال مومنتی را دریافت می‌کنیم که این قوه تولید می‌کند. $(\sin 37^\circ = 0.6$ و $\cos 37^\circ = 0.8)$ است.

حل

قوهٔ مرکبهٔ F_x سبب تولید مومنت نمی‌شود. قوهٔ مرکبه به امتداد محور y، (F_y) را که بر رنچ عمود است و حرکت دورانی را در جهت عقرب ساعت به وجود می‌آورد، چنین به‌دست می‌آوریم:

$$F_y = F \cdot \sin 37^\circ \rightarrow F_y = (15N) \times 0.6 = 9N$$
$$M = F_y \cdot d$$
$$M = (9N)(0.2m) = 1.8Nm$$

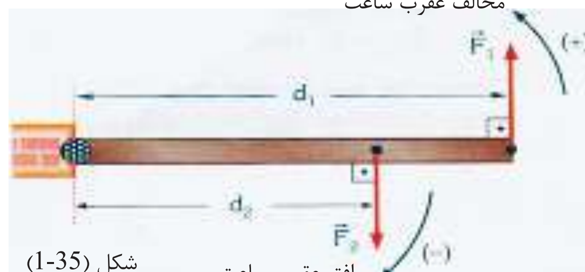




شکل (1-34)

تورک (مومنت) محصله و جهت دوران

اگر تعدادی از قوه‌ها بر یک جسم تأثیر کنند، حاصل جمع مومنت‌هایی‌که از تأثیر هر یکی از قوه‌ها نظر به عین نقطهٔ دوران به وجود می‌آید، مجموعه یا حاصل جمع تمام مومنت‌ها می‌باشد.



شکل (1-35)

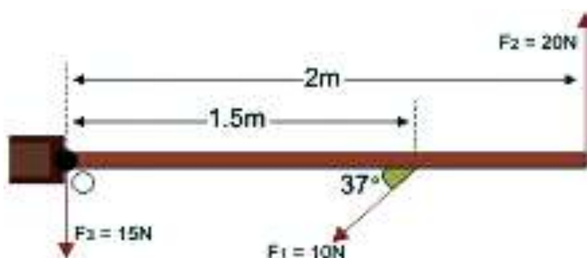
در شکل (1-35) دو قوهٔ F_1 و F_2 را می‌بینیم که بر یک دروازه عمل نموده و سبب دوران آن در جهت مخالف می‌شوند. اگر جهت مخالف حرکت عقربهٔ ساعت را مثبت و سمت حرکت عقرب ساعت را منفی بپذیریم، مومنتی که هر دو قوه به وجود می‌آورد، عبارت از مومنت محصله بر دروازه است که چنین حساب می‌شود.

$$M_1 = F_1 d_1 \quad \text{و} \quad M_2 = -F_2 d_2$$
$$M = M_1 + M_2 = F_1 d_1 + (-F_2 d_2)$$

حالا یک جسم ساکن را در نظر می‌گیریم:
اگر مومنت محصله بر جسم مثبت باشد، پس جسم به جهت مثبت به دوران آغاز می‌کند، و اگر مومنت محصله بر جسم منفی باشد، جسم به جهت منفی به دوران آغاز می‌کند. در حالت خاص اگر مومنت به علت عمل قوه‌ها صفر باشد، یعنی مومنت محصله در جهت گردش عقربهٔ ساعت مساوی با مومنت مخالف عقربهٔ ساعت (از نظر مقدار) باشد، در آن صورت جسم به دوران شروع نمی‌کند.

مثال

سه قوه قرار شکل (1-36) مقابل بر یک دروازه عمل می‌کند:



شکل (1-36)

الف) مومنت محصله را که بر دروازه عمل می‌کند، دریافت می‌کنیم.
ب) قیمت اصغری قوهٔ چهارم را سنجش می‌نماییم که بتواند از دوران دروازه جلوگیری کند، سمت و نقطهٔ تأثیر آن‌را مشخص می‌نماییم.

$$(\cos 37^\circ = 0,8 \qquad \sin 37^\circ = 0,6)$$

حل

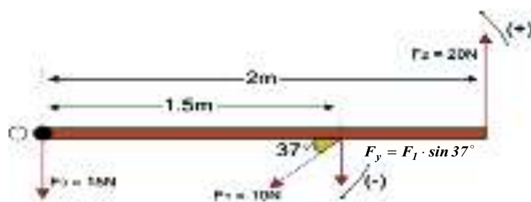
الف) مرکبهٔ عمودی قوهٔ F_1 یک دوران موافق به عقربهٔ ساعت (-) و قوهٔ F_2 یک دوران مخالف عقربهٔ ساعت (+) را به وجود می‌آورند. قوهٔ F_3 هیچ دورانی را به وجود نمی‌آورد؛ زیرا قوه در نقطهٔ دوران عمل می‌کند، بنابر آن می‌توانیم بنویسیم:

$$M_1 = -F_{1y}d_1 = -F_1 d_1 \cdot \sin\theta$$

$$M_1 = -(10N)(1.5m)0.6$$

$$M_1 = -9Nm$$

$$M_2 = F_2 \cdot d_2 = (20N)(2m) = 40Nm$$



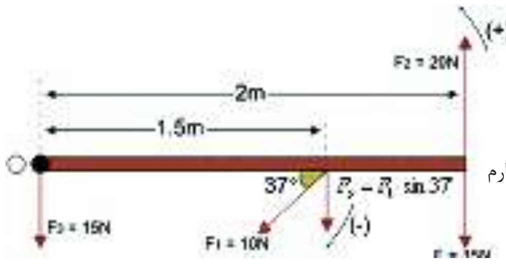
شکل (1-37)

بنابر این مومنت محصله در گرداگر نقطهٔ O عبارت است از:

$$\sum M = -M_1 + M_2 = -9Nm + 40Nm = 31Nm$$

چون در این‌جا، مومنت محصله، مثبت به‌دست آمده است، بنابر این دروازه به جهت مخالف عقربهٔ ساعت چرخ می‌خورد که قیمت مومنت آن $31Nm$ است.

ب) چون مومنت محصله مخالف عقربهٔ ساعت است و مقدار آن $31Nm$ می‌باشد، این گفته چنین معنی می‌دهد که برای این‌که دروازه دوران نتواند، باید یک مومنت موافق به جهت عقربهٔ ساعت به کمیت $31Nm$ بر آن تأثیر کند. قوهٔ اصغری که این مومنت را تولید کرده می‌تواند، باید بر دورترین نقطه از محور دوران یعنی به فاصلهٔ دو متر دورتر از نقطهٔ تأثیر عموداً عمل کند، پس داریم که:



$$M_2 = F_{min} \cdot d$$

$$F_{min} = \frac{M_2}{d} = \frac{31N \cdot m}{2m}$$

قیمت اصغری قوهٔ چهارم $= F_{min} = 15.5N$

این قوه باید بر جهت مخالف قوهٔ F_2 اثر کند.

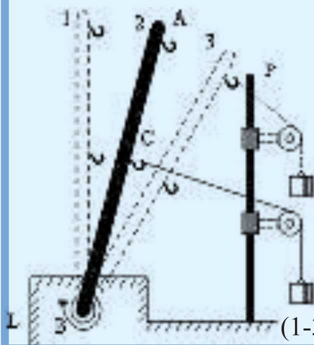
شکل (1-38)



تجربه

یک میلهٔ فلزی AB را طوری در نظر می‌گیریم که یک طرف آن در نقطهٔ B محور L توسط یک فنر مارپیچ اتصال داده شده است. در این میله چنگک‌هایی تعبیه شده که با تار وصل هستند و این تار از روی چرخ ثابتی عبور می‌کند که بر پایهٔ P محکم شده است. در انجام دیگر تار می‌توان قوه‌ها (اوزان) را آویزان کرد. در شکل مقابل که میله در حالت 1 قرار دارد، هیچ قوه‌یی بر آن تأثیر نکرده و دوران هم به وجود نیامده است.

در حالت 2، قوه به چنگک وسطی بر میله تأثیر می‌کند، و در این حالت میله یک دوران را در شکل نشان می‌دهد. بازوی قوه، عبارت از فاصله بین نقطهٔ اتصال قوه با میله (نقطهٔ C) تا مرکز دوران (نقطهٔ B) می‌باشد.



در حالت 3 که هم قوه و هم بازوی قوه زیاد شده‌اند، دوران هم زیاد شده است. این تجربه همچنان ثابت می‌کند که مومنت قوه یک راست متناسب به طول بازوی قوه و مقدار قوه است. پس تعریف زیر را برای مومنت قوه ارایه کرده می‌توانیم:

اگر قوه بر خطی که نقطهٔ تأثیر آن‌را با مرکز دوران وصل می‌کند، طور عمود عمل کند، حاصل ضرب قوه با فاصله‌یی که بین نقطهٔ تأثیر قوه و مرکز دوران قرار دارد به‌نام مومنت قوه یاد می‌شود.

شکل (1-39)



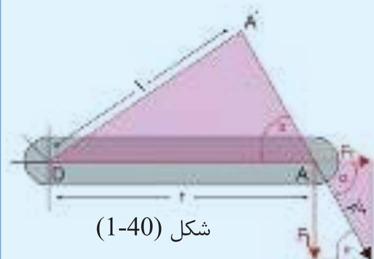
تجربه

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که در شکل (1-40) نشان داده شده است. در این شکل می‌بینیم که قوهٔ F به طور مایل بر خطی اثر می‌نماید که آن خط، نقطهٔ تأثیر A را با نقطهٔ دوران D وصل می‌کند، در این حالت قوه نمی‌تواند به طور کامل اثر خویش را ظاهر سازد، زیرا نقطهٔ تأثیر قوه بر یک خط دایره‌یی به حول نقطهٔ دوران حرکت می‌کند، پس در این حالت، تنها قوهٔ مرکبهٔ مماسی (تانجانتی) F_t، اثر دورانی دارد، و مرکبهٔ شعاعی F_r اثر یک قوهٔ کشش بر محور را دارد و مومنت قوه عبارت است از: $M = F_t \cdot r$
اگر قوه را بر استقامت خط تأثیرش تا نقطهٔ تغییر موقعیت بدهیم که بر DA' عمود واقع شود، پس در این صورت مومنت قوه توسط رابطهٔ زیر افاده شده می‌تواند: $M = F \cdot l$
در افادهٔ اخیر (l) عبارت از طول عمودی است که از نقطهٔ دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. چون هر دو مومنت با هم مساوی هستند و هم از تشابه دو مثلث نشانی شده به‌دست می‌آید که:

$$F : F_t = r : l \text{ یا } F \cdot l = F_t \cdot r$$

در صورتی‌که به جای بازوی دوران، عمود l را به‌کار بریم، بازهم تعریفی را که از این پیش از مومنت قوه شده بود، در این حالت هم به‌دست می‌آوریم.

بازوی قوه (بازوی دوران)، عبارت از طول خط عمودی است که از مرکز دوران بر خط تأثیر قوه کشیده می‌شود. و این تعریف در همه حالات صدق می‌کند.



شکل (1-40)

واحد مومنت

اگر قوه را به نیوتن (N) و فاصله را به متر (m) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از نیوتن متر است که این طور ارایه می‌گردد:

$$[M] = F \cdot L = [N \cdot m]$$

اگر قوه را به داین (dyne) و فاصله را به سانتی متر (cm) اندازه کنیم، واحد اندازه‌گیری مومنت قوه عبارت از $dyne \cdot cm$ می‌باشد.

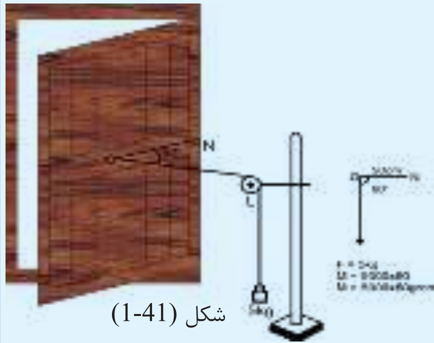


فعالیت

برای این‌که اثر مومنت قوه را مشاهده کرده وهم به اثبات بر سانیم که مومنت قوه، مساوی به حاصل ضرب قوه با فاصله‌یی است که نقطهٔ تأثیر قوه از مرکز دوران دارد، تجربهٔ سادهٔ زیر را در گروه‌ها عملی می‌کنیم که با یک پلهٔ دروازه صورت می‌گیرد.

یک پلهٔ تاحدی سنگین دروازه بر روی یک لخک استوار بوده و با چوکات اتصال دارد. در قسمتی از چوکات وسطی این پله، یک چنگک نصب شده است و این چنگک با تار وصل است و تار از روی یک چرخ ثابت (پلی) عبور می‌کند، طوری‌که انجام تار با یک کفهٔ ترازو در ارتباط می‌باشد. مومنت چرخ را طوری انتخاب می‌کنیم که تار بر پلهٔ دروازه عمود واقع شود. اگر چرخ در نقطهٔ L قرار داشته باشد و نقطهٔ اتصال تار را با چوکات وسطی دروازه با O و نقطهٔ تقاطع خطی که نقطهٔ O را به چوکات جانبی (لخک) دروازه وصل می‌کند با N نشان داده شوند، زاویهٔ $L\hat{O}N = 90^\circ$ می‌باشد.

حالا در کفهٔ ترازو تا وقتی وزنه‌ها را می‌گذاریم که دروازه شروع به حرکت کند. وقتی‌که دروازه به حرکت می‌آید به معنای این است که وزن (قوه) سبب تولید یک مومنت شده است. سپس وزن را از کفهٔ ترازو بر می‌داریم و مقدار وزن و طول فاصلهٔ ON را یادداشت می‌کنیم. در این حال اگر قوه را F_1 و فاصلهٔ ON را d_1 بگوییم، مومنت قوه طور زیر افاده می‌شود: $M_1 = F_1 \times d_1$..............1



شکل (1-41)

دروازه را واپس به حالت اولی اش می‌آوریم. این بار چنگک را از جای اولی اش کشیده و به یک نقطهٔ دیگر دروازه که با چوکات (لخک) و چپراس نزدیک تر است، نصب می‌کنیم. در این حالت نیز چرخ را به موقعیتی قرار می‌دهیم که تار به دروازه عمود واقع شود. سپس به پلهٔ ترازو، وزن می‌گذاریم، تا آن‌که دروازه به حرکت شروع کند. بعد وزن را از کفهٔ ترازو بر می‌داریم. مقدار وزن F_2 را با طول ON که این بار به d_2 ارایه می‌شود، اندازه می‌کنیم.

دیده می‌شود که در این دفعه برای به حرکت در آوردن دروازه (تولید مومنت قوه) وزن بیشتر از وزن بار اول به‌کار رفته است یعنی: $M_2 = F_2 \times d_2$..................2

این کار، را بار سوم زیر همان شرایط تکرار می‌کنیم و موقعیت نقطهٔ O را با چپراس دروازه خیلی نزدیک انتخاب می‌کنیم و تجربه را با همان شیوهٔ پیشتر ادامه می‌دهیم. باز هم از اندازه‌گیری وزن (قوهٔ) F_3 و فاصلهٔ d_3 نتیجه به‌دست می‌آید که در بار سوم برای به حرکت در آوردن دروازه به قوهٔ بیشتر از حالت دوم ضرورت بوده است. $M_3 = F_3 \times d_3$.............3

برای نتیجه گیری، اگر حاصل ضرب قوه با فاصله را که برای هر بار به‌دست آمده است، با هم مقایسه کنیم، دیده می‌شود که دارای قیمت‌های مساوی می‌باشند، یعنی:

$$F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2 = F_3 \times d_3$$

$$M_1 = M_2 = M_3$$

لازم است نتایج کار گروهی خود را برای مباحثهٔ بیشتر به هم‌صنفان تان ارایه نمایید.

1-5: قوه‌های موازی

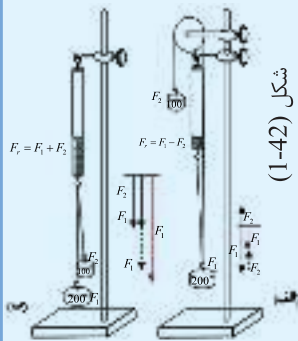
در این درس مطالعه خواهیم کرد که دو قوهٔ موازی بر یک جسم چگونه تأثیر می‌کنند و چطور می‌توانیم محصلهٔ آن‌ها را به‌دست آوریم، برای این منظور فعالیت‌های زیر را انجام می‌دهیم.



فعالیت الف

دو قوهٔ F_1 و F_2 را به‌طور موازی و در جهت مخالف، بر چنگک یک قوه سنج مطابق شکل (الف، 1-42) آویزان می‌کنیم. طول قوه سنج به سبب تأثیر قوهٔ مجموعی F_r طویل گردیده و نشان می‌دهد که:

$$F_r = F_1 \times F_2$$



شکل (1-42)

فعالیت ب

دستگاه تجربی را مطابق شکل (ب،1-42) تغییر می‌دهیم، طوری‌که قوه‌های F_1 و F_2 به‌طور موازی و هم جهت با هم قرار گیرند. در این حالت قوه سنج، قوهٔ محصلهٔ F_r را در عمل چنین نشان می‌دهد:

$$F_r = F_1 + F_2$$

فعالیت ج

دو جسمی‌را که دارای وزن‌های معلوم W_1 , W_2 می‌باشند، مطابق شکل (1-43) روی هم قرار داده و هر دو را ذریعهٔ یک چنگک به قوه سنج آویزان می‌کنیم. هنگام تعادل وزن‌ها در قوه سنج، دیده می‌شود که قوه سنج، قوهٔ مجموعی وزن‌های هر دو جسم را نشان می‌دهد. یعنی:

$$F_r = W_1 + W_2$$

شکل (1-43)

از مشاهدهٔ تجربه‌های نمایشی بالا می‌توان به نتیجه رسید که:

هرگاه قوه‌های موازی به یک نقطهٔ یک جسم عمل کنند، اگر این قوه‌ها هم جهت باشند، محصلهٔ آن‌ها عبارت از حاصل جمع قوه‌های مذکور می‌باشد و اگر قوه‌ها دارای جهت‌های مخالف باشند، محصلهٔ قوه‌ها مساوی به حاصل تفریق آن‌ها است.

از بحث بالا می‌توان نتیجه گرفت که دو قوه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌تواند که محصلهٔ آن‌ها مساوی به صفر یعنی $\sum F = o$ گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوه با هم مساوی ولی جهت‌های آن‌ها مخالف باشند.

چون نقطهٔ تأثیر یک قوه را می‌توان طور کیفی روی خط تأثیر آن قوه تغییر مکان داد و این قاعده برای همه قوه‌های موازی که در یک نقطه ویا روی عین خط تأثیر می‌کنند، تطبیق می‌شود، بنابر آن می‌توان ادعا کرد که:

هرگاه دو قوه در عین نقطه یا در عین خط تأثیر کنند، زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که دارای مقدارهای مساوی بوده و سمت‌های مخالف داشته باشند.

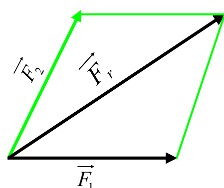
تجزیهٔ یک قوه

چنانکه پیش از این مطالعه نمودیم، ما به حالت‌های روبرو می‌شویم که چندین قوه بر یک جسم تأثیر می‌کنند و ما ضرورت داریم تا محصله یا نتیجهٔ قوه‌ها را بشناسیم، یعنی هم سمت محصله را بشناسیم و هم مقدار آن‌را دریافت کرده بتوانیم. از جانب دیگر گفته می‌توانیم که هر قوه‌یی که ما به آن سروکار داریم، می‌تواند خودش یک قوهٔ محصله باشد که از ترکیب دو و یا بیشتر از دو قوه به‌دست آمده باشد.

در حوداث فزیکی و تخنیکی بیشتر ما به چنین مسایل برمی‌خوریم که ناگز یریم برای اجرای محاسبات، اجزای یک قوه را بشناسیم. یعنی همان طوری‌که دریافت محصلهٔ قوه‌ها موضوع با اهمیتی است، دریافت اجزای یک قوه یا به عبارهٔ دیگر مرکبه‌های قوه که باعث ترکیب قوه شده‌اند، نیز به همان اندازه اهمیت دارد. در چنین حالت‌ها بیشتر جهت‌ها یا سمت‌های قوه‌های جزء (مرکبه‌ها) داده می‌شوند و مقدار (بزرگی) آن‌ها دریافت می‌گردد.

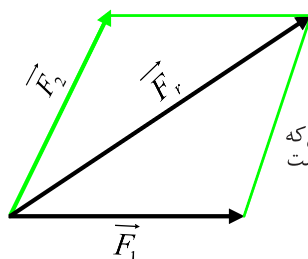
برای دریافت مرکبه‌ها به طریق هندسی چنین عمل می‌شود:

از انجام قوهٔ محصله، موازی‌ها به خطوطی کشیده می‌شود که جهت‌های قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهند، و در نتیجه یک متوازی الاضلاع به وجود می‌آید که اضلاع آن، قوه‌های مرکبه را نشان می‌دهد، شکل (1-44).



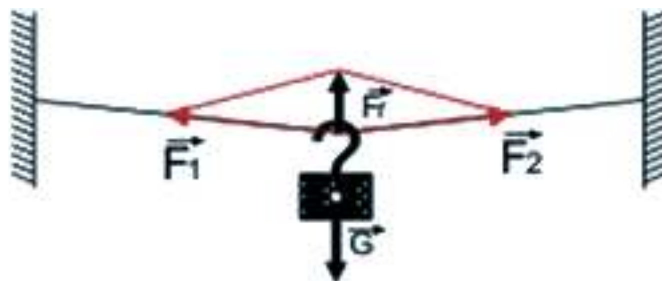
شکل (1-44)
تجزیهٔ قوه با مرکبه‌های نا معلوم

در شکل(1-44) تجزیهٔ قوه با یک مرکبهٔ نا معلوم، و در شکل (1-45) تجزیهٔ قوه در صورتی‌که جهت‌ها داده شده است، نشان داده شده‌اند.



شکل (1-45)
تجزیهٔ قوه در صورتی‌که جهت‌ها داده شده است

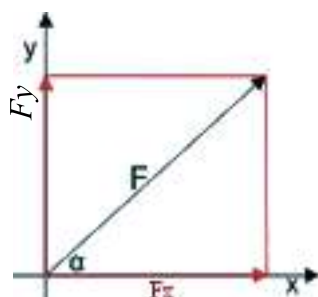
شکل (1-46) مثال دیگری، از تجزیهٔ قوه در حالت آویزان بودن یک جسم بالای یک ریسمان را نشان می‌دهد و گروپ‌های تزیینی برق یک جاده نیز می‌تواند مثال خوبی از این قبیل باشد.



شکل (1-46)
تجزیهٔ قوه در حالت آویزان بودن یک جسم

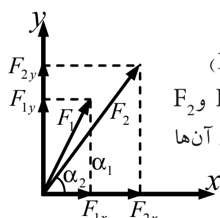
محاسبهٔ الجبری قوهٔ محصلهٔ چندین قوه

برای به‌دست آوردن محصلهٔ چندین قوه به طریق محاسبه‌یی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قایم به مرکبه‌های (x, y) تجزیه می‌کنیم، به طور مثال شکل (1-47) قوهٔ Fرا نشان می‌دهد که به مرکبه‌های $F_y = F\sin\hat{\alpha}$ و $F_x = F\cos\hat{\alpha}$ تجزیه شده است.



شکل (1-47)
تجزیهٔ قوهٔ F به مرکبه‌های قایم آن

به اساس قاعدهٔ بالا، قوه‌های F_1 و F_2 را در نظر گرفته مرکبه‌های آن‌ها را چنین می‌توان نوشت:



شکل (1-48)
تجزیهٔ قوه‌های F_1 و F_2 به مرکبه‌های قایم آن‌ها

$$F_{1x} = F_1 \cos\hat{\alpha}_1 \qquad F_{1y} = F_1 \sin\hat{\alpha}_1$$

$$F_{2x} = F_2 \cos\hat{\alpha}_2 \qquad F_{2y} = F_2 \sin\hat{\alpha}_2$$

$$F_{rx} = F_1x + F_2x + \ldots \qquad F_{ry} = F_1y + F_2y + \ldots$$

$$F_{rx} = \sum F_x \qquad F_{ry} = \sum F_y$$

با استفاده از مرکبه‌های قوه‌ها می‌توانیم قوهٔ محصله و زاویه‌یی را که با محور x می‌سازد، چنین حساب نماییم:

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} \quad , \quad \tan\hat{\alpha}_r = F_{ry} / F_{rx}$$

در صورتی‌که تعادل بر قرار باشد، پس باید محصله مساوی به صفر باشد، این موضوع زمانی ممکن است که مجموع هر یک از مرکبه‌های قوهٔ محصله مساوی به صفر شود یعنی:

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots\ldots\ldots\ldots = 0 \qquad \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0$$

باید توجه کرد که برای حل حسابی یک مسالهٔ مربوط به تجزیهٔ قوه‌ها، شیوه‌هایی که مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر اساس کیمت‌های داده شده متفاوت می‌باشد.

بیشتر می‌توان قوه‌های مطلوب را با استفاده از قواعد مثلثات از روی مضلع قوه‌ها محاسبه کرد. در سایر حالات، می‌توان تشابه مضلع قوه را با یک مثلث معلوم و یا در صورت شکل‌های دارای زوایای قایمه از قانون فیثاغورث استفاده کرد.

مثال

1. در یک گولایی سرک که در آن یک موتر برقی حرکت می‌کند، سه کیبل هوایی برای محکم گرفتن کیبل بالایی موتر برقی، در یک نقطهٔ A یک عمارت بسته شده است. مقدار و سمت قوه‌های کشش، در شکل نشان داده شده است. سمت و مقدار قوهٔ مجموعی را محاسبه می نماییم.

$F_1 = 1050N$

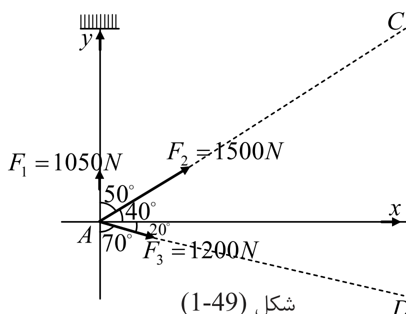
$F_2 = 1500N$

$F_3 = 1200N$

$$\hat{\alpha}_1 = 90^\circ \begin{cases} \sin 90^\circ = 1 \\ \cos 90^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_2 = 40^\circ \begin{cases} \sin 40^\circ = 0.6428 \\ \cos 40^\circ = 0.7660 \end{cases}$$

$$\hat{\alpha}_3 = -20^\circ \begin{cases} \sin 20^\circ = 0.3420 \\ \cos 20^\circ = 0.9397 \end{cases}$$



شکل (1-49)

$$F_{1x} = F_1 \cos 90^\circ = 1050 \times 0 = 0$$
$$F_{2x} = F_2 \cos 40^\circ = 1500 \times 0.766 = 1149N$$
$$F_{3x} = F_3 \cos - 20^\circ = 1200 \times 0.9397 = 1127N$$
$$F_{rx} = 2276N$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 90^\circ = 1050 \times 1 = 1050N$$
$$F_{2y} = F_2 \sin 40^\circ = 1500 \times 0.642 = 963N$$
$$F_{3y} = F_3 \sin - 20^\circ = 1200 \times -0.342 = -410N$$
$$F_{ry} = 1603N$$

از شکل دیده می‌شود که مرکبهٔ F_{3x} روی قسمت (+) محور (x) ولی مرکبهٔ F_{3y} روی جهت منفی محور (y) قرار دارد؛ بنابر این علامه‌های آن به ترتیب (+) و (−) در نظر گرفته شده‌اند.

برای دریافت سمت و مقدار قوهٔ مجموعی (محصله) داریم که:

$$tg\alpha = \frac{F_{ry}}{F_{rx}} = \frac{1603N}{2276N} = 0.7043 \Rightarrow \hat{\alpha} = (35.2)^\circ$$

به همین ترتیب:

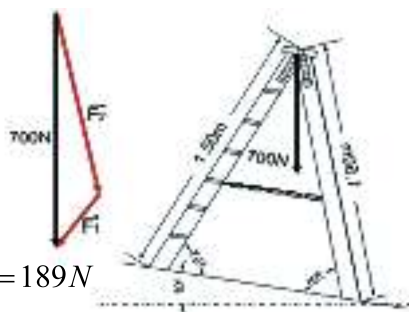
$$F_r = \sqrt{F_{rx}^{\ 2} + F_{ry}^{\ 2}} = \sqrt{(2276N)^2 + (1603N)^2}$$
$$F_r = \sqrt{5180176N^2 + 2569609N^2} = \sqrt{7749785N^2} = 2783.843N$$

مثال دوم

یک زینهٔ پایه فولادی روی یک سطح میلان دار قرار دارد. قوهٔ وزن $W = 700\,N$ یک شخصی که بر نقطهٔ بالایی زینه ایستاده شده باشد، چگونگی تقسیم آن را بر دو پایهٔ زینه نشان می‌دهیم؟

حل

از زاویه‌های که در نتیجهٔ ترسیم‌ها به‌دست می‌آیند، یک مضلع قوه‌ها با زایه‌های 10°، 30° و 140° حاصل می‌شود. با استفاده از قاعدهٔ ساین می‌توان نوشت:



شکل (50-1)

$$\frac{700N}{\sin 140^\circ} = \frac{F_1}{\sin 10^\circ} = \frac{F_2}{\sin 30^\circ}$$
$$\Rightarrow F_1 = \frac{700N \times \sin 10^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.1736}{0.6428} = \frac{121.52}{0.6428} = 189N$$
$$F_2 = \frac{00N \times \sin 30^\circ}{\sin 140^\circ} = \frac{700 \times 0.5}{0.6428} = \frac{350}{0.6428} = 544.492 \approx 544N$$

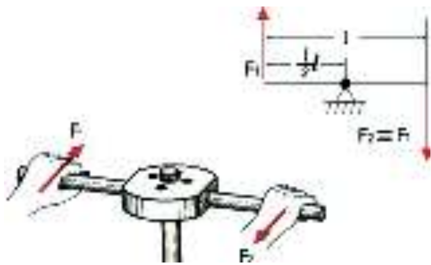


1-6: زوج قوه

هر قوه‌یی که بر یک جسم اثر کند و جسم قابلیت دوران داشته باشد، این قوه به حیث یک قوۀ کشش و یا قوۀ فشار، بر محور دوران جسم عمل می‌کند. از این سبب است که این قوه در نقاطی که محور دوران به آن‌ها اتکاء و یا اتصال دارد، قوۀ عکس العمل را به وجود می‌آورد و در نتیجه این قوه به صورت عموم یک مومنت دوران را تولید می‌کند. اگر موقعیت محور تغییر داده شود، بیشتر بازوی قوه و مومنت دورانی که قوه به وجود می‌آورد نیز تغییر می‌خورد. بر عکس هرگاه دو قوۀ مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابل باشند، عموداً بر یک محور و بر دو نقطۀ متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند. در یک زوج قوه، هر دو قوه تأثیرات هم‌دیگر را بر محور از بین می‌برند.

مومنت دوران یک زوج قوه، صرف نظر از این‌که محور دوران در کدام موقعیت قرار داشته باشد، همیشه عین قیمت را دارد. مومنت دوران در یک زوج قوه برای قوه‌های $F_1 = F_2 = F$ با فاصلۀ متقابل l بین خطوط تأثیر آن‌ها دارای قیمت ذیل است:

$$M = F \cdot l = \text{مومنت دوران یک زوج قوه}$$

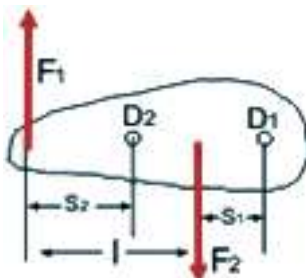


شکل (1-51)
زوج قوه‌ها در یک دستگاه چوری کشی

از روی شکل می‌توان گفت که اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده؛ ولی نقطۀ دوران (D_1) خارج از آن‌ها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چنین ارایه شده می‌تواند: $M = F_1(l + S_1) - F_2S_2 = F \cdot l$

اگر محور دوران بین F_1 و F_2 مثلاً در موقعیت D_2 واقع شده باشد، مومنت را چنین می‌نویسیم:

$$M = F_1S_2 + F_2(l - S_2) = F \cdot l$$



شکل (1-52)
مومنت دوران یک زوج قوه به موقعیت مرکز دوران ارتباط ندارد

چون $(F_1 = F_2 = F)$ اند، بنابر این در صورت که نقطۀ دوران، D_1 باشد:

$$M = F_1(L + S_1) - F_2S_1$$ (علامه به علتی منفی است که F_2 به طرف چپ D_1 وهم مخالف F_1 است)

$$M = F_1L + F_1S_1 - F_2S_1$$

$$M = FL + (F - F)S_1 = FL + 0 = F \cdot L$$

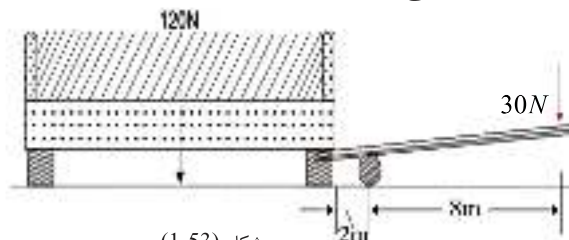
و در صورتی‌که نقطۀ دوران، D_2 باشد داریم که:

$$M = F_1 \cdot S_2 + F_2(L - S_2)$$

$$= F_1S_2 + F_2L - F_2S_2$$

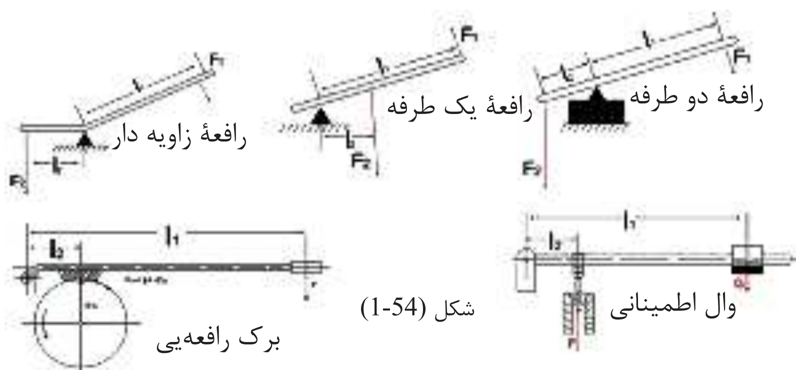
$$M = FS_2 + FL - FS_2 = F \cdot L$$

پس با نظر داشت توضیح‌های یاد شده، مومنت را می‌توان چنین بیان کرد: یک زوج قوه بدون در نظرداشت موقعیت مرکز دوران (نقطهٔ دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد.
در تخنیک، رافعه‌ها بر اساس پرنسیب زوج قوه‌ها کار می‌نمایند و آن‌ها را بیشتر به شکل یک میلهٔ مستقیم یا یک میلهٔ زاویه دار می‌سازند.



شکل (1-53)

در یک رافعه‌یی که به شکل میله است، اگر مرکز دوران آن در یک انجام میله قرار داشته باشد، این میله را رافعهٔ یک طرفه نام می‌دهند و اگر مرکز دوران در انجام‌ها قرار نداشته باشد، رافعه را رافعهٔ دو طرفه می‌نامند و هم‌چنان رافعه ای که شکل یک زاویه را دارد، آن‌را رافعهٔ زاویه دار می‌نامند. در شکل‌های (1-54) زیر شما انواع مختلف رافعه‌ها را دیده می‌توانید.



شکل (1-54)

قانون رافعه این امکان را برای ما می‌دهد که در یک طرف رافعه، با تطبیق یک مقدار کوچک قوه که بر یک بازوی دراز اثر می‌کند، در طرف دیگر رافعه با بازوی کوچک (کوتاه)، قوه‌یی را با مقدار بزرگ‌تر به‌دست آوریم. از همین لحاظ است که رافعه‌ها در زنده‌گی روزمره و در تخنیک موارد استعمال زیاد دارند. یعنی در یک طرف رافعه مقدار کم قوه را به‌کار می‌بریم و در آن طرف دیگر رافعه مقدار بیشتر قوه را به‌دست می‌آوریم، یعنی در قوه فایده می‌کنیم.
به همین ترتیب با استعمال رافعه، در فاصله هم می‌توان امتیاز حاصل کرد. چنانچه اگر یک قوه با بازوی کوچک در یک طرف رافعه عمل کند، در طرف دیگر رافعه قوه‌یی که عمل خواهد کرد، دارای یک بازوی بزرگ است. دست انسان و ماشین تایپ مثال‌های دیگر مربوط به این بحث بوده می‌توانند.

1-7: شرایط عمومی تعادل

هرگاه چندین قوه بر نقاط مختلف یک جسم عمل کند و جسم در حالت تعادل قرار داشته باشد، این معنی را می‌دهد که محصلهٔ تمام قوه‌های مؤثر بر جسم مساوی به صفر می‌باشد، و برعکس اگر این شرط تحقق نیابد، قوهٔ محصله باعث تولید تعجیل یا شتاب در جسم گردیده و این تعجیل، جسم را در یک حرکت انتقالی قرار می‌دهد. جسمی‌که در حالت تعادل قرار دارد، نباید دوران داشته باشد و برای تحقق این مطلب لازمی‌است که مجموع مومنت‌های دوران به گرداگرد یک نقطهٔ کیفی دوران، نیز مساوی به صفر شود، و اگر این شرط تحقق نیابد، مومنت محصله، جسم را به یک حرکت دورانی وا می‌دارد.

هر دو شرط بالا را شرایط عمومی‌تعادل قبول کرده‌اند.

پس در صورتی‌که چند قوه در نقاط مختلف و کیفی یک جسم عمل کنند، این جسم وقتی در حالت تعادل قرار می‌گیرد که دو شرط زیر در آن تحقق یابد:

شرط اول: محصلهٔ قوه‌های عامل بر آن باید مساوی به صفر باشد.

شرط دوم: مجموعهٔ تمام مومنت‌های دوران، به گرداگرد یک نقطهٔ کیفی دوران در جسم باید مساوی به صفر باشد. در بسیاری از مسایل و حالاتی‌که پیش می‌آید، قوه‌ها در یک مستوی قرار می‌داشته باشند، در غیر آن مسئله را می‌توان به اجزای متعددی طوری تجزیه کرد، که همه قوه‌های موجود، در یک مستوی واقع شوند. برای این‌که شرایط تعادل را توسطه فارمول‌های ریاضی بیان کرده بتوانیم، در همان مستوی که قوه‌ها قرار دارند، یک سیتسم کمیات وضعیه را بر قرار می‌سازیم و قوه‌های وارده را به F_2, F_1 و.... علامه گزاری می‌کنیم و هم‌چنان مرکبه‌های قوه‌ها را به F_1x و F_2x هم‌چنان به F_1y و F_2y و .... نشان داده و بازوهای قوه را نظر به یک نقطهٔ کیفی دوران را با L_1, L_2 و ... علامه گزاری می‌نماییم.

که در نتیجهٔ آن معادله‌های زیر به دست می‌آیند:

1 - مجموع قوه‌های که افقی عمل می‌کنند مساوی به صفر است. یعنی:

$$F_1x + F_2x + F_3x + ... = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

2 - مجموع قوه‌های که عمودی عمل می‌کنند مساوی به صفر است.

$$F_1y + F_2y + F_3y + ... = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

3 - مجموعهٔ مومنت‌های دوران مساوی به صفر است.

$$F_1l_1 + F_2l_2 + F_3l_3 + ... = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

با آن‌چه دربارهٔ شرایط تعادل گفتیم، اینک در ابتداء بر شرط اول تعادل دوباره مرور نموده، مسایل و تمرین‌ها را دربارهٔ آن حل می‌کنیم:



شرط اول تعادل

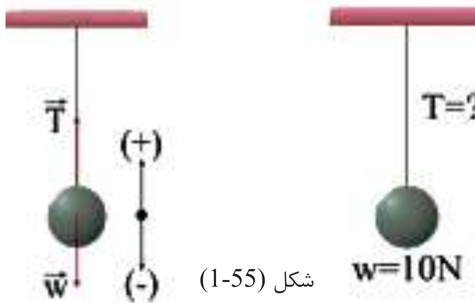
هر جسمی‌که در حالت تعادل است، قوۀ محصله (جمع وکتوری همه قوه‌ها بر جسم) باید مساوی به صفر باشد یعنی: $\vec{R}=0$ یا $\sum F=0$

و اگر به تعداد (n) قوه بر جسم عمل کند، داریم که:

$$F_1+F_2+F_3+.............+F_n=0$$
$$F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}+..........+F_{nx}=0$$
$$F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}+..........+F_{ny}=0$$

مثال

یک گروپ برق به وزن 10N توسط یک سیم به سقف خانه آویزان شده و به حالت سکون قرار دارد. قوۀ کشش سیم $(\vec{T})$را محاسبه می‌نماییم:



شکل (1-55)

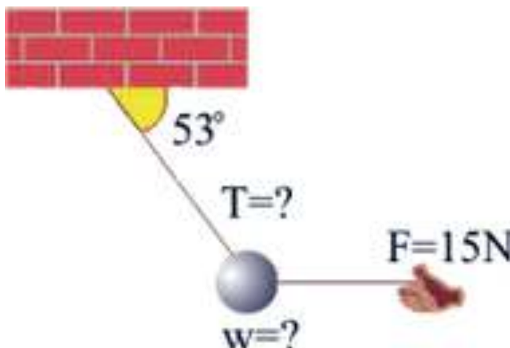
حل

چون جسم به حالت سکون است، پس قوه‌های عامل بر آن به حالت تعادل هستند. یعنی:

$$\sum F=0 \Rightarrow \quad T+(-W)=0, \qquad T-W=0, \qquad T=w, \qquad T=10N$$

مثال

جسمی‌که توسط یک تار آویزان شده است، توسط یک قوۀ $15N$که به طور افقی عمل نموده و مطابق شکل جسم را در تعادل نگه‌داشته است، کشیده می‌شود قوۀ کشش را که بر تار عمل می‌کند محاسبه نموده و هم وزن جسم را به‌دست می‌آوریم، در حالی‌که $\cos 53^\circ=0.6$ و $\sin 53^\circ=0.8$ باشند.

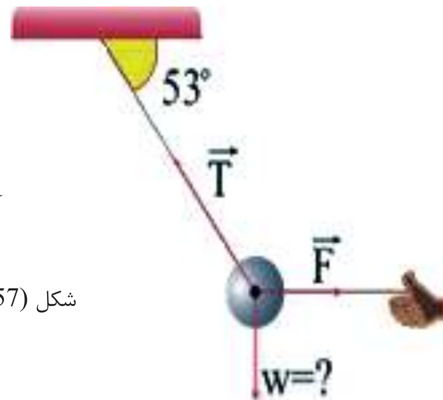


شکل (1-56)

حل

در این‌جا سه قوهٔ که در حال تعادل هستند، بر جسم تأثیر می‌کنند. این سه قوه عبارتند از: ۱- قوهٔ وزن جسم (W)، ۲- قوهٔ واردهٔ (F) که بر جسم عمل می‌کند و ۳- قوهٔ کشش (T) که بر تار عمل می‌کند. نخست این سه قوه را به یک سیستم مختصات قایم انتقال می‌دهیم. سپس شرط اول تعادل را در هر دو محور X و Y بر جسم تطبیق می‌کنیم.

- تطبیق شرط تعادل بر محور x:

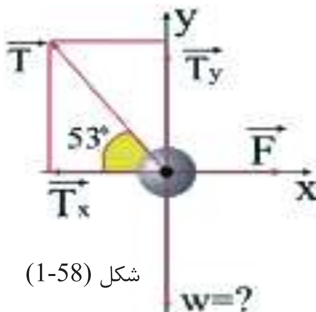


شکل (1-57)

$$\sum F_x = 0$$

$$F - T_x = 0, \quad T_x = F$$

$$T \cdot \cos 53^\circ = 15N \rightarrow T \times 0 \cdot 6 = 15N \Rightarrow T = 25N$$



شکل (1-58)

- حالا شرط اول تعادل را بر محور Y تطبیق می‌نماییم:

$$\sum F_r = 0$$

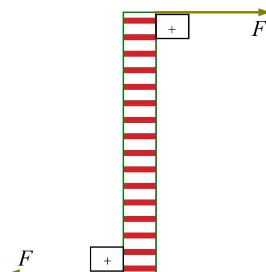
$$T_r - W = 0 \Rightarrow T_r = W$$

$$W = T \cdot \sin 53^\circ = 25N \times 0.8$$

$$W = 20N$$

شرط دوم تعادل

یک جسم با آن‌که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آن‌هم می‌تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد. به شکل (1-59) توجه نمایید. قوهٔ محصله بر جسم مساوی به صفر است، ولی جسم به حالت سکون باقی مانده نمی‌تواند. از این‌جا می‌توان گفت: برای جسمی‌که در حالت تعادل قرار داشته باشد، شرط دیگری هم ضرورت است.



شکل (1-59)

پس شرط دوم برای این‌که یک جسم در حالت تعادل باشد، این است که باید محصلهٔ مومنت‌ها (مجموعهٔ تورک‌ها) که بر جسم عمل می‌کند، مساوی به صفر باشد. یعنی:

$$\sum M = 0$$

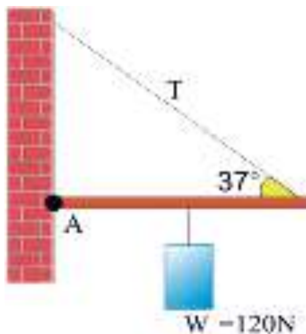
اگر به تعداد (n) قوه بر جسم، مومنت تولید کند، داریم:

$$M_1 + M_2 + M_3 + ... + Mn = 0$$

اگر $\sum F = 0$ ولی $\sum M \neq 0$ باشد، در این حال جسم در حالت تعادل انتقالی قرار دارد و در این حال، جسم شتاب نمی‌گیرد؛ بلکه شروع به دوران می‌کند. و اگر $\sum F \neq 0$ ولی $\sum M = 0$ باشد. جسم در حالت تعادل دورانی است، یعنی که جسم شروع به دوران نمی‌کند؛ بلکه شتاب دارد.

مثال

یک انجام یک دستک چوبی بسیار سبک که فرض می‌کنیم دارای وزن نیست، در نقطهٔ A و انجام دیگر ان به وسیلهٔ یک ریسمان به دیواری وصل گردیده. یک جسم به وزن $120N$ مطابق شکل از نقطهٔ وسطی دستک آویزان شده است.



1. قوهٔ کشش (T) را در ریسمان دریافت می‌نماییم.
2. قوهٔ عکس العمل (R) که دیوار بر دستک در نقطهٔ A عمل می‌کند چند است به دست می‌آوریم.

در صورتی‌که $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6 \text{ و } \sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8)$ باشند.

شکل (1-60)

حل

قوه‌هایی که بر جسم عمل می‌کنند، در شکل نشان داده شده است. Rx و Ry مرکبه‌های قوه‌یی است که دیوار بر دستک چوبی وارد می‌کند. مومنت‌های (تورک‌ها) که Rx و Ry به وجود می‌آورند، مساوی به صفر هستند، زیرا این دو قوه در نقطهٔ دوران بر دستک عمل می‌کنند. با تطبیق شرط دوم تعادل بر دستک برای نقطهٔ A داریم که:

$$\sum M_A = 0 = \text{مومنت محصله که توسط قوه‌های T و W تولید می‌شود}$$

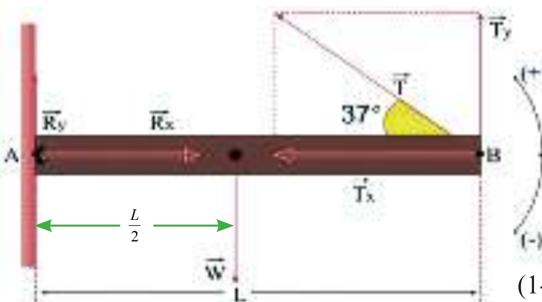
$$Ty \times L - w(L/2) = 0$$

$$(T \sin 37^\circ)L - 120(L/2) = 0$$

$$T \cdot 0{,}6 - 60 = 0$$

$$T \cdot 0{,}6 = 60$$

$$T = 100N$$



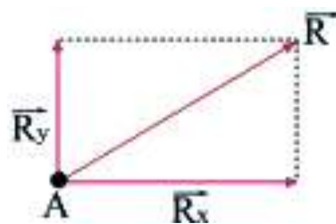
شکل (1-61)

از شرط اول تعادل داریم:

$$\sum F_x = 0$$
$$R_x - T_x = 0$$
$$R_x - 100 \cdot \cos 37^\circ = 0 \Rightarrow R_x = 100 \times \cos 37^\circ = 100 \times 0.8$$
$$R_x = 80N$$
$$\sum F_y = 0$$
$$R_y + T_y - w = 0$$
$$R_y + 100 \sin 37^\circ - 120 = 0$$
$$R_y = 120 - 100 \times 0.6$$
$$R_y = 120 - 60 = 60N$$

قوهٔ عکس العمل از قاعدهٔ فیثاغورث چنین محاسبه می‌شود:

$$R^2 = R_x{}^2 + R_y{}^2$$
$$R^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600$$
$$R = \sqrt{10000} \Rightarrow R = 100N$$
$$R = 100N$$



شکل (1-621)

تعبیر دیگری از فارمول مومنت

ما داریم که: $M = F.d \sin\theta$

افاده بالا را می‌توان چنین هم‌نوشت: $M = F(d.\sin\theta)$

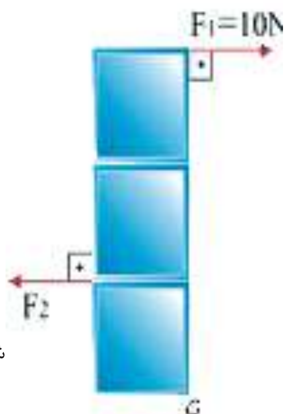
در افادهٔ بالا $(d.\sin\theta)$، فاصلهٔ عمودی بین نقطهٔ دوران و خط تأثیر قوه است.

مثال

یک بکس را که فرض می‌شود بدون وزن است و به گرداگر نقطهٔ O آزادانه دوران می‌کند، در نظر بگیرید، شکل (1-63) اگر $F_1 = 10N$ بوده و هر ضلع مربع 1 متر باشد، مقدارقوهٔ F_2 که صندوق را به تعادل می‌آورد، محاسبه می نماییم.

حل: برای حالت تعادل نوشته می‌توانیم که:

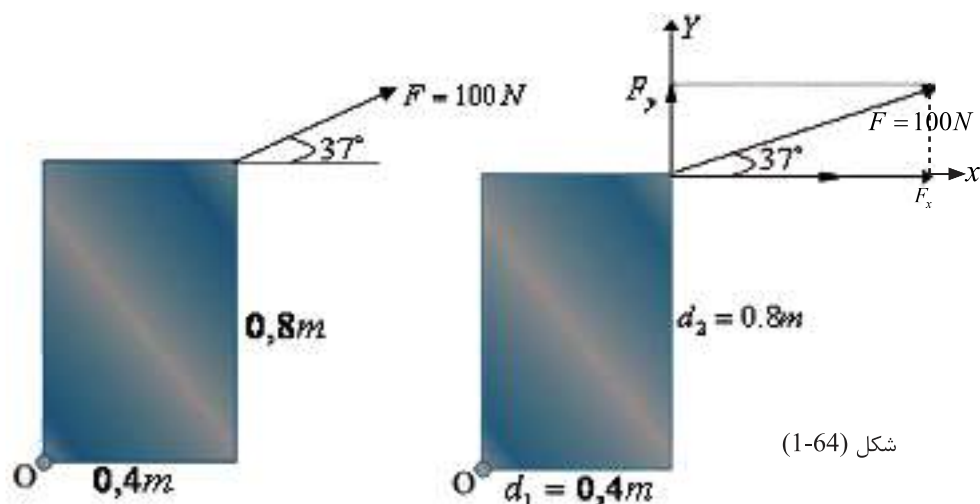
$$\sum M = 0$$
$$F_2 d_2 - F_1 d_1 = 0$$
$$F_2 (1m) - (10N)(3m) = 0$$
$$F_2 = 30N$$



شکل (1-63)



مومنت را به تعبیرهای زیر می‌توان چنین افاده کرد:
مومنت مساوی است به قوه‌عمودی ضرب فاصله از محور دوران و یا مومنت مساوی است به قوه ضرب فاصلهء عمودی از محور دوران.
در بیشتر ازحالات عمومی هم از مرکبهء قوه و هم از مرکبهء فاصله، یعنی از مرکبه‌های هر دوکه با هم جمع می شوند، برای دریافت مرکبۀ مومنت استفاده می‌شود.
مثال: در شکل زیر، مومنتی را که به گرداگر نقطۀ O به وجود می‌آید محاسبه می‌نماییم.



شکل (64-1)

حل: برای حالت تعادل می‌توان نوشت:

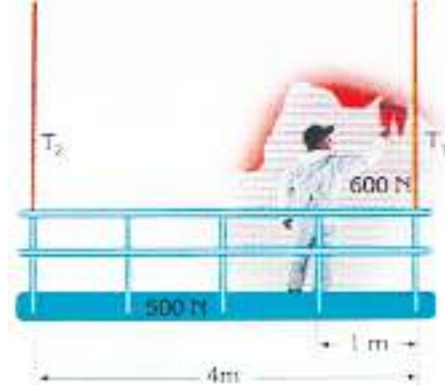
$$M = (Fy)(0,4) - (Fx)(0,8)$$
$$M = (F \cdot \sin 37^{\circ})(0,4) - (\vec{F} \cos 37^{\circ})(0,8)$$
$$M = (100N \times 0.6)(0.4m) - (100N \times 0.8)(0.8m)$$
$$M = 60 \times 0.4N \cdot m - 80 \times 0.8N \cdot m$$
$$M = 24.0N \cdot m - 64.0N \cdot m$$
$$M = -40N \cdot m$$

انتخاب موقعیت نقطهٔ دوران

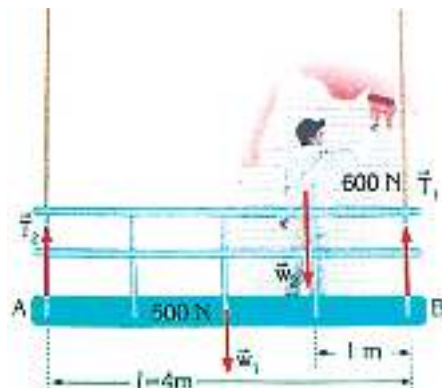
هرگاه یک جسم در حالت تعادل باشد،مومنت مجموعی آن جسم، صرف نظر ازآن‌که نقطهٔ دوران در کجا موقعیت دارد. مساوی به صفر است. بنابر این موقعیت نقطهٔ دوران، در هر محل که برای حل مسئله‌ها مناسب باشد، انتخاب شده می تواند.

مثال

یک رنگمال که 600 نیوتن وزن دارد، مطابق شکل در موقعیت معینی بر روی یک خوازهٔ چوبی که وزن آن 500 نیوتن بوده و به یک ریسمان آویزان شده است، ایستاده و دیواری را رنگ می کند. مقدار قوه‌های کشش (T_1) و (T_2) را که بر ریسمان عمل می‌کنند، به‌دست می‌آوریم. (از سایر وزن‌ها در سیستم صرف نظر می‌شود).



شکل (1-65)



شکل (1-66)

حل

نخست سکیچ قوه‌هایی را که در سیستم عمل می‌کنند، رسم می کنیم.

چون سیستم در حالت تعادل است، پس می‌توان اصل تعادل مومنت‌ها را به‌کار برد. برای محاسبه قوه‌های T_1 و T_2 اولاً نقطهٔ A یعنی نقطهٔ تأثیر قوهٔ T_2 وسپس نقطهٔ تأثیر قوهٔ T_1 یعنی B را انتخاب می کنیم.

$$\sum M_A = 0$$

$$T_2 x_0 + T_1 \times 4 - 500 \times 2 - 600 \times 3 = 0$$

ویا

$$4T_1 - 100 - 1800 = 0$$

$$4T_1 = 2800 \Rightarrow T_1 = \frac{2800 N \cdot m}{4m}$$

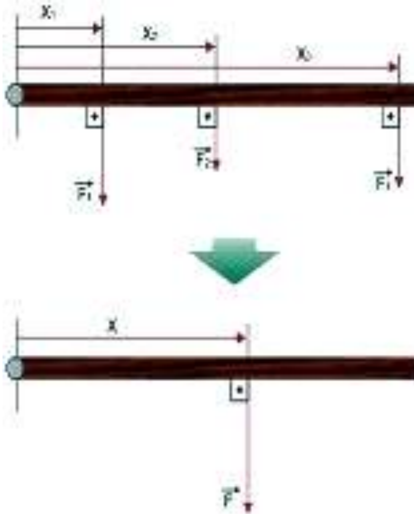
$$T_1 = 700 N$$

ویا

هم‌چنان $\sum M_B = 0$

$$T_1 \times 0 + T_2 \times 4 - w_2 \times 1 - w_1 \times 2 = 0$$
$$4T_2 = 600 \times 1 + 500 \times 2$$
$$4T_2 = 600 + 100 = 1600$$

پس $\Rightarrow T_2 = \frac{1600}{4} = 400N$



توجه باید کرد که تعادل قوه‌های $\sum F_Y = 0$ را نمی‌توان برای محاسبه قوه‌های T1 و T2 به‌کار برد. برای حل این نوع دشواری‌ها، شرط تعادل مومنت‌ها را بشتر برای محاسبه قیمت‌های نامعلوم به‌کار می‌برند.

مثال: یک سیم بدون وزن را تصور کنید که سه قوۀ موازی باهم، در نقاط مختلف بر آن، عمل می‌کنند.

شکل (1-67)

اگر این سه قوه با یک قوه طوری تعویض شود که قوۀ محصله و مومنت محصله بر این جسم، صرف نظر از موقعیت مرکز دوران، ثابت بماند. مقدار این قوۀ محصله و موقعیت نقطۀ تأثیر آن‌را محاسبه می‌نماییم.

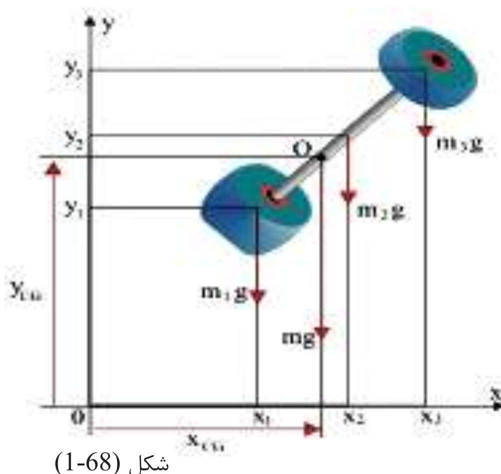
حل: چون قوۀ محصله ثابت باقی می‌ماند، پس داریم: $F = F_1 + F_2 + F_3$

اکنون فاصلۀ مرکز دوران را از اصل تعادل مومنت‌ها چنین به‌دست می‌آوریم:

$$M = M_1 + M_2 + M_3$$
$$(F_1 + F_2 + F_3) \cdot X = F_1X_1 + F_2X_2 + F_3X_3$$
$$X = (F_1X_1 + F_2X_2 + F_3X_3) / F_1 + F_2 + F_3$$

چون تأثیر قوۀ ثقل بالای همه اجزای جسم بوده و جهت آن همیشه به طرف مرکز کرۀ زمین است، پس طوری که در شکل دیده می‌شود، قوه‌ها همه به یک سمت و به‌طور موازی با هم عمل می‌کنند.

محصلهٔ این قوه‌ها وزن جسم را تشکیل می‌دهد و نقطهٔ تأثیراین قوه را به‌نام «مرکز ثقل جسم» یاد می‌کنند و به CG نمایش می دهند. یک میلهٔ وزنه برداری با دو وزن مختلف به انجام‌های آن را، در سیستم مختصات قایم طوری در نظر می‌گیریم که گویا از سه بخش یعنی دو وزن در دو انجام و یک میلهء وسطی ساخته شده باشد.
وزن هر یکی از این قسمت‌ها عبارت است از:
m_1g ,m_2g و m_3g وزن مجموعی میله عبارت است از: $mg = m_1g + m_2g + m_3g$ نقطهٔ O نقطهٔ تأثیر قوهٔ mg است.
معادلهٔ مومنت را می‌توان چنین نوشت:



شکل (68-1)

$$(m_1g + m_2g + m_3g)\, X_{CG} = m_i \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3$$

چون $m_3 + m_2 + m_1$ عبارت از کتلهء مجموعی جسم است، پس معادلهء فوق را می‌توان چنین مرتب کرد:

$$X_{CG} = (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3)g \,/ (m_1 + m_2 + m_3)g$$

بعد از ساده ساختن داریم که:

$$Y_{CG} = \frac{\sum(mx)}{\sum m}$$

برای محور Y داریم که:

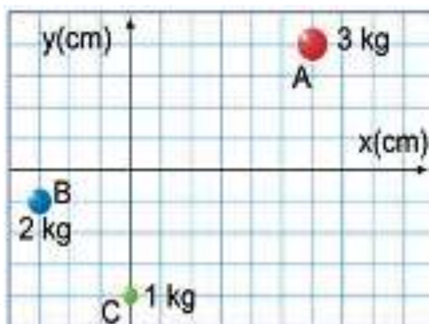
$$Y_{CG} = (m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3)g \,/ (m_1 + m_2 + m_3)g$$

$$Y_{CG} = \frac{\sum(my)}{\sum m}$$

(نقطه‌یی که فرض می‌شود، همه کتلهٔ یک جسم در آن نقطه متمرکز شده است، به‌نام مرکز کتلوی آن جسم گفته می شود. X_{cm} و Y_{cm} عبارت از مختصات مرکز کتله یی جسم می باشند. در یک محیطی که ساحهٔ ثقل متجانس باشد، مرکز ثقل ومرکز کتله یی عین نقطه می‌باشند و درمحیطی‌که ثقل یا (جاذبه) وجود نداشته باشد، در ان‌جا وزن موجود نیست و صرف کتله وجود دارد.)

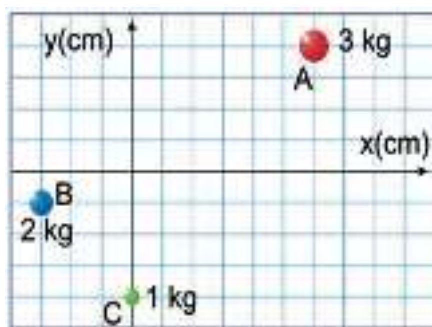
مثال

اجسام A،B و C طوری که در شکل دیده می‌شوند به روی سیستم مختصات موقعیت دارند. کتله‌های این اجسام به ترتیب $3kg$, $2kg$ و $1kg$ استند، مختصات مرکز کتله‌یی سیستمی را که این سه جسم ساخته است، درمی‌یابیم.



شکل (1-69)

حل: مختصات کتله‌ها و موقعیت‌های جسم‌ها عبارتند از:



شکل (1-70)

$A(6cm,\ 4cm)$ مختصات کتلهٔ $(3kg$

$B(-3cm,\ -1cm)$ مختصات کتلهٔ $(2kg$

$C(0cm,\ -4cm)$ مختصات کتلهٔ $(1kg$

مختصات مرکز کتلوی (cm) عبارت است از:

$$X_{CM} = \sum(m\cdot X)/\sum m = (m_A\cdot X_A + m_B\cdot X_B + m_C\cdot X_C)/\ (m_A + m_B + m_C)$$

$$= (3kg)(6cm) + (2kg)(-3cm) + (1kg)(0cm)/(3kg + 2kg + 1kg)$$

بعد از ساده ساختن داریم:

$$= \frac{18kgcm - 6kgcm}{6kg} = \frac{12kg\cdot cm}{6kg} = 2cm$$

$$Y_{CM} = \sum(m\cdot y)/\sum m = (m_A Y_A + m_B Y_B + m_C Y_C)/(m_A + m_B + m_C)$$

$$= (3kg)(4cm) + (2kg)(-1cm) + (1kg)(-4cm)/(3kg + 2kg + 1kg)$$

بعد از ساده ساختن داریم:

$$Y_{CM} = \frac{12kgcm - 2kgcm - 4kgcm}{6kg} = \frac{6kgcm}{6kg} = 1cm$$



خلاصۀ فصل اول

• قوه، عاملی است که سبب تغییر شکل و یا حالت در جسم می‌گردد و واحدهای اساسی آن در سیستم بین المللی (SI) داین و نیوتن است.

• هرگاه چند قوۀ متلاقی بر یک جسم عمل نمایند، یک قوۀ محصله را به وجود می‌آورند که مقدار و سمت این قوه به صورت هندسی با استفاده از قواعد وکتورها و هم به صورت حسابی با استفاده از قواعد الجبری به‌دست می‌آید.

• کتلۀ نقطه‌یی عبارت از کتلۀ یک جسم ایده آلی است که تمام موادی که در ساختمان آن جسم به‌کار رفته است، دریک نقطه متمرکز شده باشد.

• دو قوه زمانی در حالت تعادل قرار گرفته می‌توانند که محصلۀ آن‌ها مساوی به صفر، یعنی $\sum F = 0$ گردد و این در حالتی ممکن است که مقدار هر دو قوه باهم مساوی ولی جهت‌های آن‌ها مخالف باشند.

• برای به‌دست آوردن محصلۀ چندین قوه به طریق محاسبه‌یی، نخست همه قوه‌ها را در یک سیستم مختصات قایم به مرکبه‌های تجزیه می‌نماییم و بعد با استفاده از مرکبه‌های قوه‌ها، قوه‌های محصله و زاویه‌هایی را که با محورهای x و y می‌سازند، حساب شده می‌تواند. هرگاه مجموعۀ هر یک از مرکبه‌های قوۀ محصله را مساوی به صفر قرار دهیم، در آن صورت تعادل برقرار گردیده و محصلۀ چندین قوه حاصل می‌گردد.

• هرگاه دو قوۀ مساوی و موازی که دارای جهت‌های متقابل باشند، به شکل عمود بریک محور و بر دو نقطۀ متفاوت یک جسم اثر کنند، آن‌ها را زوج قوه‌ها می‌گویند.

• یک زوج قوه بدون در نظر داشت موقعیت مرکز دوران (نقطۀ دوران)، همیشه دارای عین مومنت دوران می‌باشد.

• یک جسم که در حالت سکون است و یا این‌که در حالت سکون باقی می‌ماند، گفته می‌شود که در حالت تعادل ستاتیک قرار دارد. اما جسمی‌که با یک سرعت ثابت در حالت حرکت و یا در حالت دوران باشد، گویند که آن جسم در حالت تعادل دینامیک است.

• برای این‌که جسم در حالت تعادل باشد، دو شرط زیر باید صدق کند:

1 - قوۀ محصلۀ (جمع وکتوری) همه قوه‌های عامل برآن باید مساوی به صفر باشد، یعنی: $\sum F = 0$

2 - مومنت محصله (جمع مومنت‌ها که بر جسم تأثیر دارند)، باید مساوی به صفر باشد، یعنی: $\sum M = 0$ •

اثر دورانی قوه را مومنت(تورک) می‌نامند. که آن را ما به M نشان می‌دهیم و به حرف یونانی (τ) هم نشان داده شده است که: $M = F \cdot d \sin\hat{\theta}$

• مومنت در جهت عقرب ساعت و یا در جهت مخالف آن عمل کرده می‌تواند.

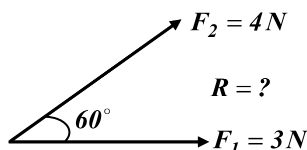
• یک جسم، با آن‌که شرط اول تعادل را پوره کرده است، با آنهم می‌تواند در حالت تعادل قرار نداشته باشد، یعنی مقدار قوۀ محصله بر جسم، می‌تواند صفر باشد، اما جسم در حالت سکون قرار ندارد.

• مختصات مرکز ثقل یک جسم در سیستم کمیات وضعیۀ قایم، از معادلات زیر به‌دست می‌آید:

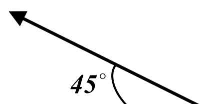
$$X_{CG} = \sum(mx)/\sum m \quad \text{و} \quad Y_{CG} = \sum(my)/\sum m$$

سؤال‌های فصل اول

1 - قوه را تعریف کنید و واحدهای اساسی آن را در سیستم بین المللی (SI) بیان دارید.
2 - چرا قوه یک مقدار وکتوری است؟
3 - دو قوۀ غیر موازی کیفی را انتخاب نموده و محصلۀ آن‌ها را به طریقۀ قاعدۀ متوازی الاضلاح قوه‌ها ترسیم نمایید.
4 - شکل زیر را در نظر گرفته محصلۀ قوه‌ها را به طریقۀ الجبری محاسبه نمایید.



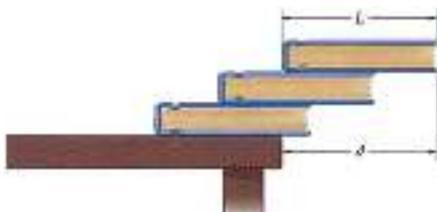
5 - کتلۀ نقطه‌یی را تعریف نمایید و سه مثال از کتلۀ نقطه‌یی ارایه دارید.
6 - قوۀ عمل همیشه با قوۀ .... مساوی ولی دارای .... متقابل می‌باشد.
7 - اجسامی‌که .... آن‌ها بالاتر از .... زیرین اتکای شان قرار داشته باشد، در حالت تعادل .... قرار دارند.
8 - مومنتی را که یک قوه در حادثۀ دوران تولید می‌کند به کدام سه پارامتر ارتباط دارد؟ توضیح و تحریر دارید.
9 - مومنتی را که توسط قوۀ $25N$ بر میله‌یی که دارای طول $0.5m$ است تولید می‌شود، محاسبه نمایید.
10 - مرکبۀهای هر یک از قوه‌های محصلۀ زیر را به طریقۀ هندسی ترسیم نمایید.





11 - رابطۀ ریاضی مومنت دوران در یک زوج قوه را برای قوه‌های $F_1 = F_2 = F$ با فاصلۀ متقابل L بین خطوط تأثیر آن‌ها بنویسید.
12 - اگر محور دوران از یکی از دو خط تأثیر عبور نموده، ولی خارج از آن‌ها قرار داشته باشد، در آن صورت مومنت دوران چگونه ارایه می‌شود؟ رابطۀ ریاضی آن را بنویسید.
13 - مقدار تورکی را که توسط تأثیر قوۀ $3N$ بالای یک دروازه به فاصلۀ عمودی $0.25m$ از محور دوران آن تولید می‌شود، محاسبه کنید.
14 - یک رقاصۀ ساده که با کتلۀ نقطه‌یی $3Kg$ در انجام تار نازک به‌طول $2m$ آویزان شده به یک نقطۀ محور وصل شده است.

a- تورک تولید شده (توسط قوهٔ جاذبهٔ زمین) را در اطراف این نقطهٔ محور حساب کنید، در صورتی‌که زاویهٔ 5° را عموداً با محور بسازد.
b- این محاسبه را برای زاویهٔ 15° محاسبه کنید.
15 - مقدار تورک لازم برای باز کردن یک پیچ روی ویل یک موتر $40Nm$ است. کم‌ترین قوه‌یی که باید یک میخانیک به انجام یک رنچ $3cm$ برای باز کردن پیچ وارد نماید، چند است؟
16 - با تعقیب نمودن جهت‌ها در یک نقشه برای پیداکردن یک گنج، یک راه‌بلد اولاً $45m$ به سمت شمال می‌رود و بعد دور خورده $7.5m$ به‌طرف شرق قدم می‌زند. برای رسیدن به گنج، راه بلد چقدر فاصله را باید به طور مستقیم طی کند؟ موقعیت گنج را در سیستم کمیت‌های وضعیه نشان دهید.
17 - یک لاری در یک تپه دارای نشیبی 15° حرکت می‌کند. اگر لاری $22m/s$ سرعت ثابت داشته باشد، مرکبه‌های عمودی و افقی سرعت لاری را به‌دست آرید.
18 - مرکبه‌های عمودی وافقی فاصلهٔ طی شده توسط یک پشک را که به‌اندازهٔ $5m$ عموداً به یک درخت بالا شده است، به‌دست آرید.
19 - یک طیاره موازی با سطح زمین اولاً فاصلهٔ $75Km$ را با زاویهٔ 30° به سمت شمال غرب و فاصلهٔ دومی $155Km$ را با زاویهٔ 60° به سمت شمال شرق پرواز می‌کند. فاصلهٔ مجموعی طی شده توسط طیاره چند است؟
20 - اندازه و جهت وکتور سرعت منتجه را در سرعت‌های زیر که باهم عمود اند، دریافت کنید:
a- یک ماهی نسبت به آب به استقامت دریایی که به سرعت $5m/s$ در حرکت است، به سرعت $3m/s$ شنا می‌کند.
b- یک موج ساحلی نسبت به آب به استقامت یک موجی که به سرعت $6m/s$ حرکت می‌کند به پیش می‌رود.
21 - سه کتاب هم شکل و هم وزن به طول L مطابق شکل روی هم قرار داده شده‌اند. فاصلهٔ اعظمی پیش آمده‌گی d شکل را که در آن کتاب‌ها در تعادل بوده و سقوط نکنند دریابید.

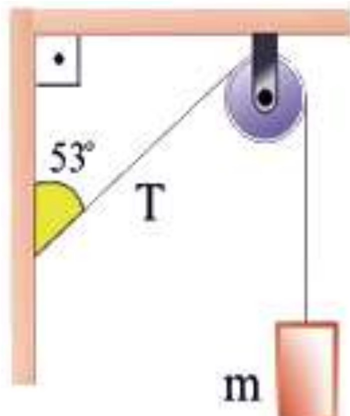


22 - یک میلهٔ متجانس به‌طول $4.25m$ و کتلهٔ $47Kg$ که با یک محور در یک انجامش به یک دیوار تکیه دارد، به‌طور افقی توسط یک سیم به انجام دیگرش بسته شده است. سیم زاویهٔ 30° را با افق می‌سازد و راست بالای محور میله نصب شده است، اگر سیم بتواند در مقابل قوهٔ کشش $1400N$ قبل از این‌که بگسلد مقاومت کند. به کدام فاصله از دیواری که شخص به کتلهٔ $68Kg$ می‌تواند روی میله بنشیند تا سیم بگسلد؟

23 - قوهٔ کشش T در ریسمان 30N است و طوری‌که در شکل می‌بینید، جسم در حالت تعادل قرار دارد. مقدار کتله را به kg حساب کنید، در حالی‌که:

$\sin 53^\circ = 0,8 \qquad \cos 53^\circ = 0,6$

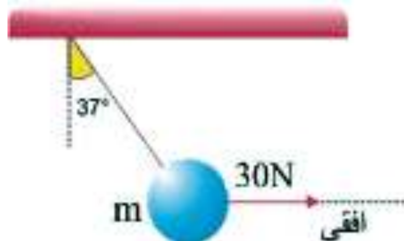
$g = 10N/kg$



24 - یک جسم با کتلهٔ m مطابق شکل به کمک قوهٔ افقی 30N در حالت تعادل است. مقدار کتلهٔ جسم را به kg محاسبه نمایید. طوری‌که:

$\sin 37^\circ = 0,6 \qquad \cos 37^\circ = 0,8$

$g = 10N/kg$

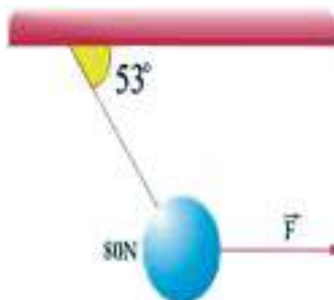


25 - طوری‌که در شکل می‌بینید، جسمی‌به وزن $80N$ به وسیلهٔ ریسمانی آویزان شده و توسط یک قوهٔ افقی (F) کش می‌شود.

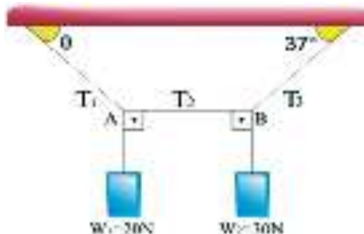
a - قوهٔ کشش را درریسمان دریافت کنید.

b - قوهٔ F را محاسبه نمایید.

$\cos 53^\circ = 0,6 \qquad \sin 53^\circ = 0,8$



26 - سیستمی‌را که در شکل مشاهده می‌کنید، در آن دو جسم به وزن‌های $W_1 = 20N$ و $W_2 = 30N$ از سقف توسط ریسمان‌های جداگانه آویزان شده‌اند وبه حالت تعادل آورده شده‌اند.



اگر ریسمان AB افقی باشد، قوه‌های کش T_3, T_2, T_1 را محاسبه نمایید و هم‌چنان قیمت زاویهٔ θ را به‌دست آرید.

$\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6$ و $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0.8$

27 - یک دریور، یک قوهٔ F را بر چرخ اشترنگ موتر با دست‌های خود آنطوری‌که در شکل دیده می‌شود وارد می‌کند اگر چرخ اشترنگ دارای شعاع d باشد. دریابید:

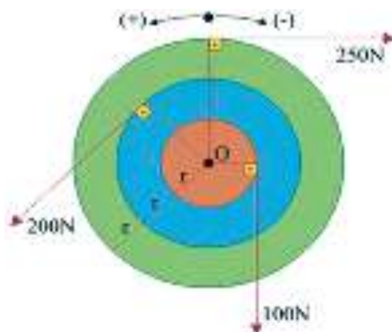
a) قوهٔ محصله را.

b) مومنت محصله را که برچرخ اشترنگ عمل می‌کند.

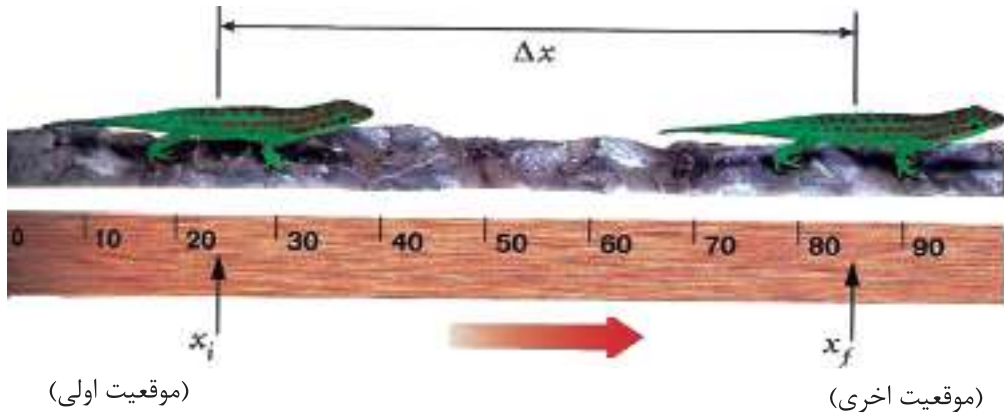


28 - سه دسک، اولی با شعاع r، دومی با شعاع $2r$ و سومی با شعاع $3r$ به هم طوری وصل شده‌اند که همهٔ آن‌ها به گردا گرد نقطه O به اثر قوه‌های $200N, 100N$ و $250N$ دوران می‌کنند.

اگر شعاع $r = 0.1m$ باشد مومنت محصله‌یی را که بر این سیستم عمل می‌کند، دریافت کنید.



حرکت یک بُعدی



(موقعیت اولی) (موقعیت اخری)

همان‌طوری که می‌دانیم، جهان و هرچه در آن است، حتا جسم‌هایی که به ظاهر ساکن هم به نظر می‌رسند؛ مانند، سرک، درختان و یا افتادن برگ درختان همه در حال حرکت اند. وقتی در راه مکتب به اطراف خود نگاه می‌کنید، انواع مختلف حرکت‌ها را مشاهده می‌کنید. برای بررسی این نوع حرکت‌ها از چه علمی باید استفاده کرد؟ همان‌طوری که می‌دانید، دینامیک بخشی از میخانیک را تشکیل می‌دهد که به مطالعۀ حرکت اجسام و رابطۀ حرکت با مفا هیم فزیکی مانند قوه و کتله می‌پردازد. ما در این فصل حرکت اجسام را با استفاده از مفاهیم موقعیت (مکان) و زمان بدون در نظر گرفتن قوه‌های وارده بر اجسام مطالعه می‌کنیم، که این بخش از میخانیک را سینماتیک می‌نامند.

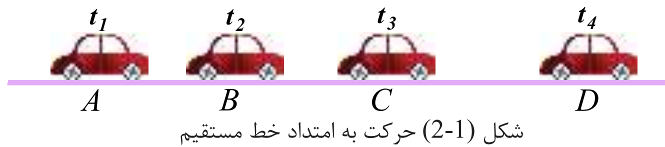
شما در پایان این فصل در بارۀ انواع حرکت‌ها بیشتر خواهید آموخت و تصویر مکمل چنین حرکت‌ها را در ذهن تان ترسیم خواهید کرد و به پرسش‌هایی مانند حرکت به امتداد خط مستقیم چیست؟ موقعیت و تغییر مکان یک جسم متحرک چیست؟ و امثال آن‌ها پاسخ خواهید داد.

هم‌چنان در ختم این فصل به تعریف و تشریح مفاهیم سینماتیک، سرعت متوسط و رابطۀ آن در حرکت یک بعدی، تشریح اصطلاحات موقعیت، تغییر موقعیت ومعادلات حرکت و تحلیل گراف‌های (x-t)و (v-t)، تعریف و تشریح سرعت لحظه‌یی، شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی و به‌دست آوردن معادله‌های آن‌ها، تشریح حرکت یک بعدی با شتاب ثابت، به‌دست آوردن معادلات حرکت با شتاب ثابت و تحلیل و بررسی سقوط آزاد اجسام به عنوان نمونه‌یی از حرکت با شتاب ثابت وغیره مفاهیم آشنایی حاصل خواهید کرد.

2-1: حرکت به امتداد خط مستقیم

حرکت به امتداد خط مستقیم را حرکت یک بعدی نیز می‌گویند که در آن مسیر حرکت، خط مستقیم است.مثال زیر نمونهٔ خوبی برای درک بهتر این نوع حرکت می‌باشد:

یک جسم متحرک مانند یک موتر را در نظر بگیرید که در مسیر خط مستقیم در حرکت است . شکل (2-1) موقعیت‌های این موتر را در لحظه‌های زمانی t_1, t_2, t_3 و t_4 به ترتیب در مکان‌های A،B،C و D روی یک مسیر مستقیم نشان می‌دهد.



شکل (2-1) حرکت به امتداد خط مستقیم

در حرکت به امتداد خط مستقیم اگر مبداء را روی مسیراختیار کنیم، وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر مکان هم جهت هستند و این سبب می‌شود که محاسبه بر روی این وکتورها به ساده‌گی انجام پذیرد.



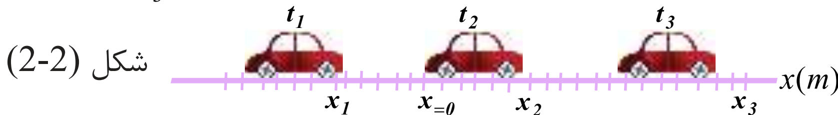
بحث کنید

متحرکی مانند یک موتر تیز رفتار را در نظر بگیرید که برروی سرک راست در حرکت است.

نوع حرکت این موتر را در صنف با گروه‌های مربوط بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

اگر یکی از محورهای مختصات کمیات و ضعیه(OX وOY) را به حیث مسیر حرکتِ در نظر بگیرید، می‌توانید موقعیت جسم متحرک را در هر لحظه به وسیلهٔ مختصهٔ آن (مثلاً مختصهٔ X) که می‌تواند عدد مثبت یا منفی باشد، تشخیص کنید.

در شکل (2-2)، مسیر حرکت و موقعیت متحرک در لحظه‌های t_1, t_2 و t_3 نشان داده شده است .



شکل (2-2)

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در لحظه‌های t_1, t_2 و t_3 موقعیت‌های جسم متحرک به ترتیب $x_1 = -3m$, $x_2 = +3m$ و $x_3 = 9m$ است.

2-2: موقعیت و تغییر مکان

موقعیت و تغییر مکان اجسام را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ برای توصیف و بررسی حرکت یک جسم چه باید کرد؟

برای این‌که موقعیت و تغییر مکان را تعریف کرده بتوانید، فعالیت ذیل را انجام دهید:



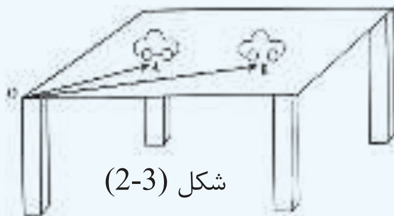
فعالیت

مواد ضروری: موترک بازی (لابراتواری)، خط کش، میز

طرزالعمل

1 - موترک را در یک موقعیت مشخص در روی میز قرار دهید و فاصلهٔ آن را از یکی از گوشه‌های میز (مبدا)توسط خط کش اندازه‌گیری نمایید و با وکتور OA نمایش دهید.

2 - موترک را مطابق شکل از موقعیت اولی بی‌جا نموده و در یک موقعیت دیگرقرار دهید و سپس دو باره از همان گوشهٔ میز که در مرحلهٔ اول اندازه‌گیری نمودید (مبداء اولی)، موقعیت دومی موتر را توسط خط کش اندازه‌گیری نموده و با و کتور OB نمایش دهید:



شکل (3-2)

اکنون به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

1 - آیا موقعیت موترک در دو مرحله یک‌سان بوده؟

2 - موترک به چه‌اندازه تغییر موقعیت داده است ؟

3 - کدام چیز مشترک را در بین هر دو حالت مشاهده کردید؟ توضیح دهید.

بی‌گمان موترکی که بر روی میز حرکت می‌کند، در لحظهٔ t_1 در موقعیت A و در لحظهٔ t_2 در موقعیت B قرار داد.

پس موقعیت موتر در هر دو مرحله یک‌سان نخواهد بود.

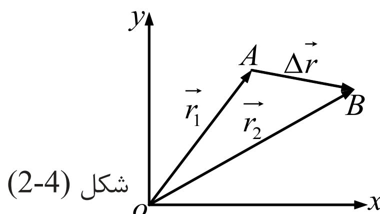
در فعالیت بالا، عنصر مشترکی که بین دو موقعیت A و B موتر وجود دارد، عبارت ازمبدا می‌باشد. و کتورهای $\overline{OA}$ و $\overline{OB}$ را به ترتیب وکتورهای موقعیت (مکان) در لحظه‌های t_1 و t_2 می‌گوییم. از فعالیت بالا می‌توان به نتیجهٔ زیر رسید:

1 - وکتورموقعیت، وکتوری است که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند،که ابتدای این وکتور، مبدای کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جسم است و به طور معمول آن را با حرف $\vec{r}$ نمایش می‌دهند.

2 - تغییر موقعیت یک متحرک بین دو لحظهٔ t_1 و t_2، وکتوری است که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظهٔ t_1 و انجام آن موقعیت متحرک در لحظهٔ t_2 می‌باشد.

از گذشته می‌دانیم که در شکل زیر وکتور $\vec{AB}$ عبارت از تفاضل دو وکتور $\vec{OB}$ و $\vec{OA}$ است یعنی:

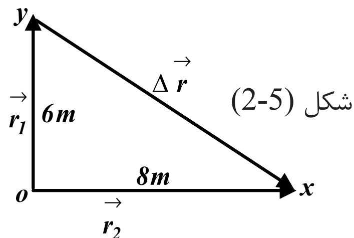
$$\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



شکل (4-2)

مثال: موقعیت متحرکی در دولحظهٔ t_1 و t_2 به‌ترتیب r_1 و r_2 است. اگر اندازهٔ هریک از وکتورها به ترتیب $6m$، $8m$ و زاویهٔ بین آن‌ها $90°$ باشد، اندازهٔ تغییر مکان بین این دو لحظه را به دست آورید؟

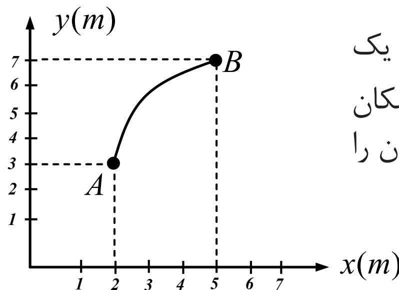
حل: با توجه به شکل، وکتور تغییر موقعیت، یعنی $\vec{\Delta}_r$ عبارت از وتر مثلث قایم الزاویه است که اضلاع آن $6m$ و $8m$ است. بنا بر این مقدار تغییر مکان(موقعیت)



شکل (2-5)

برابر با: $\vec{\Delta r} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100m^2} = 10m$

تمرین: در شکل زیر، مسیر حرکت متحرکی روی یک منحنی $\mathring{AB}$ نشان داده شده است. وکتور تغییر مکان (موقعیت) بین دو نقطهٔ A و B را رسم کنید و قیمت آن را به‌دست آورید.

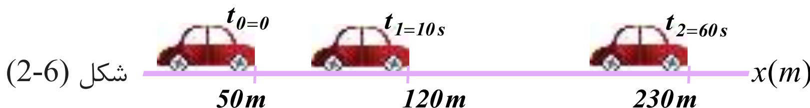


2-3: سرعت متوسط

همان‌طوری‌که در فزیک صنف نهم خواندید، جسم متحرک نسبت به عوامل مختلف نمی‌تواند فواصل مساوی را در اوقات مساوی طی‌نماید، در این صورت برای تشریح خصوصیت حرکت جسم به مسیر خط مستقیم، از اصطلاح سرعت متوسط استفاده می‌نماییم.

برای درک بهتر از اصطلاح سرعت متوسط، به مثال زیر توجه نمایید:

مثال: شکل (2-6) موقعیت موتری را که در حال حرکت است، در زمان‌های متفاوت نشان می‌دهد.



شکل (2-6)

الف) اندازهٔ تغییر موقعیت را در مقطع‌های زمانی $t_1 - t_0$ و $t_2 - t_1$ را به‌دست آورید؟

ب) در هر یک از این مقطع‌های (انتر وال‌های) زمانی، موتر به طور متوسط در هر ثانیه تغییر موقعیت آن را به دست آورید؟

حل: الف) تغییر موقعیت در انتروال زمانی $\Delta t = t_1 - t_0 = 10s$ برابر است با $\Delta x = x_1 - x_0 = 120 - 50 = 70m$ و تغییر موقعیت در انتروال زمانی $\Delta t = t_2 - t_1 = 50s$ مساوی است با $\Delta x = x_2 - x_1 = 230 - 120 = 110m$

ب) با تقسیم هر یک از فاصله‌های طی شده در انتروال زمانی مربوط به آن، معلوم می‌شود که متحرک به طور متوسط در هر ثانیه چقدر تغییر موقعیت داده است. یعنی:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70}{10} = 7\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{110}{50} = 2.2\,{}^{m}\!/_{s}$$

به این ترتیب می‌توان با معلوم بودن تغییر مکان در یک انتروال زمانی، اوسط تغییر مکان در هر ثانیه را در آن انتروال به‌دست آورد، که آن را سرعت متوسط در آن انتروال زمانی می‌نامند. سرعت متوسط را با علامهٔ $\overline{V}$ نشان می‌دهیم و داریم که:

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \ldots\ldots\ldots\ldots(2-1)$$

که در سیستم SI واحد اندازه‌گیری سرعت متوسط ${}^{m}\!/_{s}$ است. سرعت متوسط کمیت وکتوری است که با وکتور تغییر مکان هم جهت است.



فعالیت

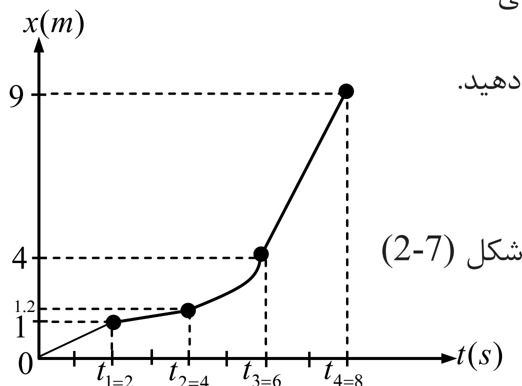
مواد ضروری: مترنواری، زمان سنج (ستاپ واچ)

طرز العمل: از یکی از اعضای گروپ خود بخواهید که در صنف به امتداد خط مستقیم راه برود .
سپس شما توسط متر نواری فاصلهٔ x و توسط زمان سنج، زمان t را به‌دست آورید و در نتیجه سرعت متوسط حرکت وی را حساب کنید.

مثال: در شکل (2-7)، گراف (x-t) متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، نشان داده شده است.

a) در یک جدول هر یک از انتروال‌های زمانی صفر تا $2s$, $2s$ تا $4s$, $4s$ تا $6s$, $6s$ تا $8s$ و تغییر مکان مربوط به هر انتروال را نشان دهید.

b) در هر یک از این انتروال‌های زمانی، سرعت متوسط متحرک چقدراست؟



شکل (2-7)

حل جزء a) قیمت‌های Δt و Δx در جدول زیر محاسبه شده‌اند.

$\Delta x(m)$	$\Delta t(s)$
$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 1 - 0 = 1$	$t_1 - t_0 = 2 - 0 = 2$
$x_2 - x_1 = 1.2 - 1 = 0.2$	$t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$
$x_3 - x_2 = 4 - 1.2 = 2.8$	$t_3 - t_2 = 6 - 4 = 2$
$x_4 - x_3 = 9 - 4 = 5$	$t_4 - t_3 = 8 - 6 = 2$

حل جزء b)

$$\overline{V_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{1}{2}\, m/s$$

$$\overline{V_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{0.2}{2} = \frac{1}{10}\, m/s$$

$$\overline{V_3} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{2.8}{2} = 1.4\, m/s$$

$$\overline{V_4} = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{5}{2} = 2.5\, m/s$$

تمرین: معادلهٔ حرکت جسمی‌در سیستم SI با را بطهٔ $x = 2t^2 + 1$ داده شده است. سرعت متوسط آن را در انتروال‌های زمانی

a) 1 تا 2 ثانیه،

b) 1 تا 1.1 ثانیه،

c) 1 تا 1.01 ثانیه

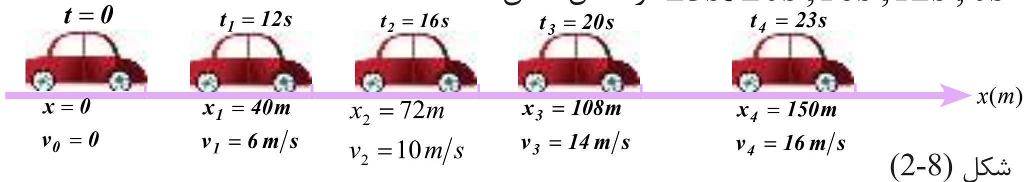
d) 1 تا 1.001 ثانیه به‌دست آورید.



سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی چیست؟ چه تفاوتی بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی و جود دارد؟
هنگامی‌که یک موتر در حال حرکت است، اگر به سرعت سنج آن نگاه کنیم، می‌بینیم که عقربهٔ سرعت سنج در هر لحظه‌اندازهٔ مشخصی را نشان می‌دهد. اگر سرعت موتر زیادشود، عقربه، اندازهٔ بیشتری را نشان می‌دهد.
رابطه بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست؟ برای پاسخ دادن به این پرسش به مثال زیر توجه کنید؟

مثال: شکل (8-2) موتری را که در مسیر مستقیم در حال حرکت است، در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. موقعیت و فواصلی‌که سرعت سنج موتر نشان می‌دهد، در لحظه‌های $0s, 12s, 16s, 20s$ و $23s$ در شکل نشان داده شده است.



شکل (8-2)

الف) در یک جدول، انتروال‌های زمانی $t_4 - t_1$، $t_3 - t_1$ و $t_2 - t_1$، تغییر موقعیت‌ها و سرعت‌های متوسط را بنوسید.
ب) در کدام انتروال زمانی، سرعت متوسط به‌اندازهٔ سرعتی که سرعت سنج موتر در لحظهٔ t_1 نشان می‌دهد نزدیک‌تر است؟

حل: الف)

$\Delta t(s)$	$\Delta x(m)$	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}(m/s)$
$t_4 - t_1 = 23 - 12 = 11$	$x_4 - x_1 = 150 - 40 = 110$	10
$t_3 - t_1 = 20 - 12 = 8$	$x_3 - x_1 = 108 - 40 = 68$	8.5
$t_2 - t_1 = 16 - 12 = 4$	$x_2 - x_1 = 72 - 40 = 32$	8

ب) همان‌طوری که در جدول دیده می‌شود سرعت متوسط در انتروال زمانی $t_2 - t_1$ کوچک‌تر از انتروال‌های زمانی $t_3 - t_1$ و $t_4 - t_1$ است.

از مقایسهٔ جواب‌های قسمت (الف) مثال بالا می‌توان نتیجه گرفت که هر قدر انتروال‌های زمانی کوچک‌تر باشد، سرعت متوسط به سرعتی که سرعت سنج موتر نشان می‌دهد، نزدیک‌تر خواهد بود. سرعت متوسط در حدی که انتروال زمانی بسیار کوچک می‌شود، سرعت لحظه‌یی نامیده می‌شود. به طور دقیق می‌توان گفت: و قتی‌که t_2 به t_1 نزدیک می‌شود، یعنی و قتی قیمت Δt به صفر تقرب می‌کند. نسبت $\overline{V_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت لحظه‌یی جسم را در زمان t_1 نشان می‌دهد، و می‌توان نوشت که سرعت لحظه‌یی عبارت از لیمت سرعت متوسط است؛ وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب کند. یعنی: $V_x = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$............(2 – 2)

تحقیق کنید

در مورد این‌که چگونه می‌توان با استفاده از گراف (x-t)، سرعت لحظه‌یی متحرکی را به‌دست آورد،به گروه‌های جداگانه تحقیق نموده و نتیجه را گزارش دهید.

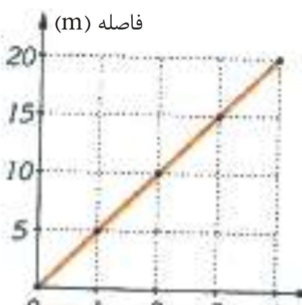
2-4: گراف موقعیت – زمان (x–t)

موتری را در نظر بگیرید که به ترتیب در انتروال‌های زمانی $t_1 = 1s$, $t_2 = 2s$ و $t_3 = 3s$, $t_4 = 4s$ مطابق شکل ذیل (2-9) در موقعیت‌های $x_1 = 5m$, $x_2 = 10m$, $x_3 = 15m$ و $x_4 = 20m$ قرار دارد.



شکل (2-9)

برای توصیف حرکت این متحرک (موتر) از کدام نوع گراف باید استفاده کرد، تا بتواند در زمان‌های مختلف، موقعیت جسم را به خوبی نمایش دهد؟استفاده از گراف موقعیت– زمان $(x-t)$ پاسخ این پرسش خواهد بود. در بسیاری از موارد رسم این گراف برای بررسی حرکت بسیار مناسب است.برای ترسیم این گراف، بیشتر زمان t را روی محور افقی و موقعیت x را روی محور قائم مشخص می‌کنیم .



شکل (2-10)

در نتیجه، گراف (x–t) برای موتر مذکور به شکل زیر خواهد بود.

همان‌طوری که در گراف دیده می‌شود، متحرک (موتر) در هر ثانیه، فاصله‌های یک‌سان را طی می‌کند. با استفاده از این گراف می‌توان به آسانی در یافت که متحرک در هر لحظه در چه موقعیتی قرار دارد و تغییر مکان آن بین هر دو لحظه چقدر است.
به‌طور مثال در گراف دیده می‌شود که متحرک در لحظهٔ $t_2 = 2s$ در ده متری مبدا بوده است و یا در انتروال $\Delta t = 1s$، تغییر مکان آن $\Delta x = 5m$ است. برای شناخت بهتر این نوع گراف، فعالیت زیر را به صورت گروهی در صنف تمرین نمایید.

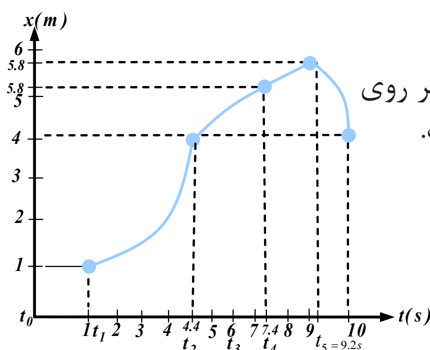


فعالیت

جدول زیر فاصلهٔ جســم متحرک را تامبدأ در لحظه‌های داده شــده نشان می‌دهد. گراف $(x-t)$ این متحرک را رسم کنید.

$t(s)$	0	1	2	3	4	5
$x(m)$	0	1.5	3	5.5	8	11.5

تمرین: در شکل ذیل گراف $(x-t)$ متحرکی که بر روی خط مستقیم در حرکت است، نشان داده شده است.



الف) در هریک از انتروال‌های زمانی $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$ و $t_5 - t_2$، تغییر موقعیت متحرک چقدر است؟

ب) اعظمی‌ترین فاصلهٔ متحرک تا مبدا چقدر است و متحرک در چه لحظهٔ زمانی در این فاصله قرار دارد؟

ج) در لحظهٔ زمانی t_4 تا t_5، تغییر موقعیت چقدر و در چه جهتی است؟

2-5: تعجیل یا شتاب

تعجیل یا شتاب چیست ؟ چه تفاوتی میان شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی وجود دارد؟ همان‌طوری که در فزیک صنف نهم خواندید، زمانی‌که متحرک فاصله‌های مساوی را در زمان‌های مساوی طی ننماید. به این نوع حرکت، حرکت تعجیلی یا شتابی می‌گویند.

هنگامی‌که موتری از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، سرعت سنج موتر نشان می‌دهد که سرعت آن به تدریج افزایش می‌یابد و بر عکس در هنگام برک گرفتن، سرعت آن به آهسته آهسته کاهش می‌یابد. در هر دو مورد بالا، چون سرعت متحرک تغییر می‌کند بنابرآن حرکت متحرک یک حرکت شتابی یا غیر یک‌نواخت است. شتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت است. اگر تغییر سرعت در انتروال زمانی Δt برابر Δv باشد، داریم که:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \ldots\ldots (2-5)$$

از معادلۀ بالا می‌توان به راحتی واحد شتاب را که عبارت از $(\frac{m}{s^2})$ می‌باشد، به‌دست آورد.

مثال: سرعت متحرکی در لحظۀ $t_1 = 20s$ برابر به $10 m/s$ و در لحظۀ $t_2 = 45s$ برابر به $20 m/s$ است، شتاب متوسط آن بین دو لحظۀ t_2 , t_1 چقدر است؟

حل:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \bar{a} = \frac{20-10}{45-20} = \frac{10}{25} = 0.4\, m/s^2$$

شتاب لحظه‌یی

در حرکت شتاب‌دار نیز می‌توان گفت که متحرک در هر لحظه دارای شتابی است که آن را شتاب لحظه‌یی می‌نامیم. همان‌طوری‌که در سرعت لحظه‌یی دیدیم، در این‌جا نیز اگر در رابطۀ $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ Δt بسیار کوچک شود، شتاب متوسط خیلی نزدیک به شتاب لحظه‌یی می‌شود.

اکنون می‌توان شتاب لحظه‌یی را مانند سرعت لحظه‌یی به طور دقیق تعریف کرد:

«شتاب لحظه‌یی، عبارت از لمت شتاب متوسط است، هنگامی‌که Δt به‌طرف صفر نزدیک نماید».

اگر شتاب لحظه‌یی را با a_x نشان دهیم . به اساس تعریف بالا می‌توانیم بنوسیم:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \ldots\ldots\ldots\ldots (2-4)$$



گراف سرعت- زمان $(v-t)$

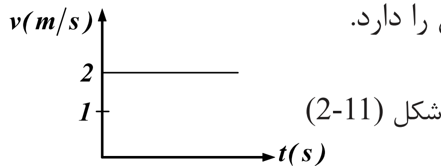
چنانکه از این پیش مطالعه کردیم، از گراف مکان- زمان $(x-t)$، می‌توان آگاهی‌هایی در مورد حرکت جسم ،مثال سرعت یا مکان متحرک و سرعت متوسط آن به‌دست آورد. به همین ترتیب از گراف سرعت- زمان $(v-t)$ نیز می‌توانیم آگاهی‌هایی در بارهٔ حرکت جسم به‌دست آوریم.

برای ترسیم گراف سرعت- زمان $(v-t)$ در سیستم مختصات کمیات وضعیه، محور قایم y را برای سرعت و محور افقی x را برای زمان اختیار می‌کنیم و به همان ترتیبی که برای گراف موقعیت - زمان $(x-t)$عمل کردیم، این گراف را نیز ترسیم می‌نماییم.

مثال: متحرکی با سرعت ثابت روی مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظهٔ $t_1 = 2s$ در فاصلهٔ 5 متری و در لحظهٔ $t_2 = 12s$، در فاصلهٔ 25 متری از مبداء موقعیت دارد. گراف(v-t) آن را رسم کنید.

حل: در حرکتی دارای سرعت ثابت می‌توانیم بنویسیم : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25-5}{12-2} = \frac{20}{10} = 2\,m/s$

چون در حرکت یک‌نواخت، سرعت ثابت است،بنابران گراف سرعت-زمان$(v-t)$شکل یک خط راست موازی با محور زمان را دارد.



شکل (2-11)

تمرین‌ها

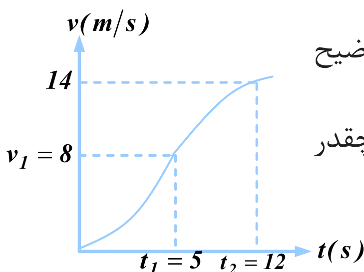
۱- در جدول زیر سرعت متحرکی که برروی خط راست در حرکت است، در چند لحظهٔ زمانی مشخص شده است. گراف $(v-t)$آن را رسم کنید.

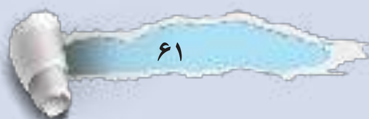
$t(s)$	0	0.5	2.5	1.5	2	3
$v(m/s)$	0	2	1	3.5	3.75	4

۲- شکل زیرگراف $(v-t)$یک متحرک را نشان می‌دهد. توضیح دهید:

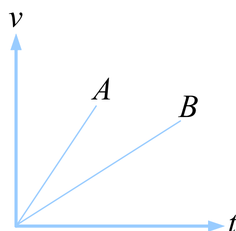
الف) در انتروال‌های زمانی $(0,t_1)$و(t_1,t_2)شتاب متوسط چقدر است؟

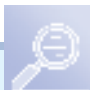
ب) در کدام یک از دو لحظهٔ t_2, t_1شتاب بیشتر است؟





۳- گراف $(v-t)$، دو متحرک B,A در شکل ذیل نشان داده شده است. شتاب این دو متحرک را با هم مقایسه کنید.





فعالیت

وسایل مورد ضرورت

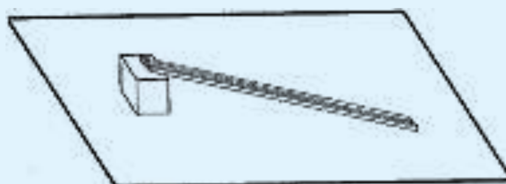
1 - تختهٔ جریدار یا میله‌های چوب پرده به طول دومتر

2 - مکعب‌های چوبی به ضخامت‌های 4cm

3 - گلوله‌های شیشه‌یی یا ساچمه‌های فلزی

4 - زمان سنج (کرونو متر)

5 - متر نواری



شکل (2-12)

طرزالعمل

یک سر میلهٔ چوب پرده را مطابق شکل (2-12)، بالای یکی از مکعب‌های چوبی قرار دهید. یکی از گلوله‌های شیشه‌یی را از فاصلهٔ نیم متری انتهای میله‌یی که آن را پیش از این بالای یکی از مکعب‌ها قرار داده اید، رها کنید و در این لحظه کرونومتر را به کار اندازید. می‌توانید لحظه‌یی که گلوله بالای مکعب، به انتهای مسیر بر خورد می‌کند، کرونومتر را متوقف کنید. آزمایش را برای فواصل $1.5m$,$1m$ و $2m$ تکرار کنید. نتیجه را در جدول زیر بنوسید و گراف x بر حسب t را رسم کنید.

نتیجهٔ آزمایش شده را تجزیه و تحلیل کنید.

دفعات	طول به متر	زمان t به ثانیه	t^2	$\frac{x}{t^2}$
1	0.5			
2	1			
3	1.5			
4	2			

2-6: حرکت یک‌نواخت

هر گاه سرعت لحظه‌یی جسم متحرک که برروی خط مستقیم حرکت کند، در تمام لحظه‌ها یک‌سان باشد، حرکت آن یک‌نواخت نامیده می‌شود. در این نوع حرکت گراف موقعیت-زمان، یک خط مستقیم است و در نتیجه، سرعت متوسط بین دو لحظه برابر با سرعت لحظه یی می‌شود، و بنابر این چنین می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = v \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v.\Delta t$$

هر گاه فاصلهٔ جسم متحرک تا مبدا در لحظهٔ $t = 0$ برابر با x_0 و فاصلهٔ آن تا مبدا در لحظهٔ t برابر با x باشد، در آن‌صورت، $x - x_0 = v(t-0)$ و یا $x = vt + x_0 ....(2-5)$

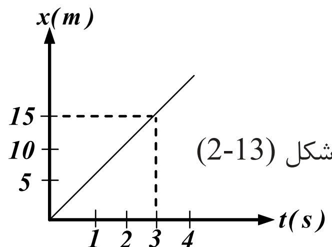
معادلهٔ بالا عبارت از معادلهٔ حرکت یک‌نواخت می‌باشد که در آن فاصله x تا مبدا بر اساس متر،v سرعت لحظه یی بر اساس متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$، t زمان بر اساس ثانیه و x_0 فاصله تا مبدا در لحظهٔ صفر بر اساس متر می‌باشد.

با توجه به آن‌چه پیش از این گفته شد، ممکن است موقعیت جسم مثبت یا منفی باشد. سرعت هم در صورتی‌که هم جهت محور x یا y باشد مثبت، و در غیر آن صورت منفی است.

در حرکت یک‌نواخت، گراف موقعیت- زمان $(x-t)$ یک خط مستقیم و در نتیجه سرعت متوسط بین دو لحظه، برابر با سرعت لحظه‌یی می‌شود.

مثال

شکل (2-13) گراف (x-t) متحرکی را نشان می‌دهد که برروی خط مستقیم حرکت می‌کند.



شکل (2-13)

الف) آیا سرعت این حرکت ثابت است؟ اندازهٔ سرعت را دریابید.

ب) فاصلهٔ آن را از مبدا در لحظهٔ صفر و معادلهٔ حرکت و تغییر مکان آن را بین دو لحظهٔ $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ به‌دست می‌آوریم.

حل: الف) چون گراف $(x-t)$ عبارت از یک خط مستقیم است ،پس حرکت جسم عبارت از حرکت یک‌نواخت می‌باشد و میل گراف برابر با سرعت متحرک می‌باشد. با توجه به شکل، میل گراف $\frac{15}{3} = 5$ می‌باشد. پس $v = 5\frac{m}{s}$ است.



ب) در لحظهٔ $t=0$، $x=0$ و $x_0=0$ است و در نتیجه: معادلهٔ حرکت، $x=vt+x_0$
$x_2=5\times5=25m$ و $x_1=5\times2=10m$ تغییر مکان بین دو لحظه،
$\Delta x=x_2-x_1=25m-10m=15m$

تمرین: جسمی‌با سرعت v برروی مسیر مستقیم در حرکت است. اگردر لحظهٔ $t_1=5s$ فاصلهٔ آن ازمبدا، $6m$ و در لحظهٔ $t_2=20s$ فاصلهٔ آن ازمبدا $24m$ باشد، سرعت و فاصلهٔ آن تا مبدا در لحظهٔ $t=0$ چقدر است؟ معادلهٔ $(x-t)$ را به‌دست آوریدو گراف(x-t) جسم متحرک را رسم کنید.

حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

هرگاه در حرکتی، شتاب در لحظه‌های مختلف یک‌سان باشد، آن را حرکتی با شتاب ثابت می‌نامیم. در این نوع حرکت، گراف $(v-t)$ به صورت یک خط مستقیم است و در چنین حرکتی، شتاب متوسط بین هر لحظهٔ دلخواه با شتاب متحرک در هر لحظه برابر می‌شود.
یعنی: $\bar{a}=a=\dfrac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$

اگر در رابطهٔ بالا $t_1=0$ و $t_2=t$ باشد، در این صورت v_1 سرعت در لحظهٔ صفر به v_0 و سرعت در لحظهٔ t به v نشان داده می‌شود و می‌توان نوشت:

$$a=\frac{v-v_0}{t}\Rightarrow v=at+v_0 \quad ....(2-6)$$

در حرکتی با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه، نصف مجموع سرعت‌های آن دولحظه تعریف شده است. یعنی: $\bar{v}=\dfrac{v_1+v_2}{2}$

تحقیق کنید

در گروه‌های مختلف به پرسش‌های زیر پاسخ داده و نتیجه را به همصنفی‌های[1]تان گزارش دهید. چرا در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت، گراف (v-t) عبارت از یک خط مستقیم است؟

---

[1] مثال: متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. سرعت آن را در لحظهٔ $t_1=4s$ و $t_2=12s$ به‌دست آورید، و گراف $(v-t)$ آن را رسم کنید.

حل: چون متحرک از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، پس:

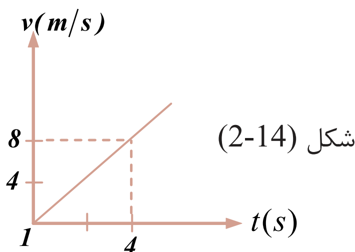
$v_0=0$

$v_1=0+2\times4=8m/s \quad \wedge \quad v_2=0+2\times12=24m/s$



چون شتاب ثابت است، گراف $(v-t)$، یک خط مستقیم می‌باشد. بنابراین برای ترسیم آن مشخص نمودن دو نقطهٔ گراف کافی است.

$t(s)$	0	4
$v(m/s)$	0	8



شکل (2-14)

تمرین: سرعت متحرکی در لحظهٔ $t_1 = 4s$ برابر به $5m/s$ و سرعت آن در لحظهٔ $t_2 = 12s$ برابر به $11m/s$ است. در صورتی‌که شتاب ثابت باشد، سرعت آن را در لحظهٔ $t_0 = 0$ به‌دست آورید و گراف $(v-t)$ آن را رسم کنید.

معادلهٔ (x−t) در حرکت مستقیم الخط با شتاب ثابت

بر اساس را بطه‌های $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ در حرکتی با شتاب ثابت می‌توان نوشت‌که:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} . \Delta t$$

در این رابطه، Δx تغییر موقعیت در انتروال زمانی Δt، v_1 سرعت در لحظهٔ t_1 و v_2 سرعت در لحظهٔ t_2 است. اگر $t_1 = 0$، $t_2 = t$ و سرعت متحرک در این لحظه‌ها به ترتیب v_0, v و موقعیت متحرک در این لحظه‌ها x_0 و x باشد. در این صورت، $\Delta t = t_2 - t_1 = t - 0 = t$ و $\Delta x = x - x_0$ بوده و با وضع نمودن قیمت‌ها می‌توان نوشت:

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} t$$

و چون $v = at + v_0$

پس با وضع نمودن قیمت v داریم که: $x - x_0 = \frac{at + v_0 + v_0}{2} t$

در نتیجه: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2-8)$



رابطهٔ اخیر معادلهٔ $(x-t)$ حرکت برروی خط مستقیم با شتاب ثابت را افاده می‌کند.
اگر از رابطهٔ $v=at+v_0$ زمان را به‌دست آورده و در معادلهٔ حرکت (2-8) قرار دهیم، در نتیجه را بطه بین موقعیت و سرعت را به‌دست خواهیم آورد که مستقل از زمان می‌باشد، یعنی:

$$t=\frac{v-v_0}{a}\Rightarrow x=\frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2+v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right)+x_0$$

باساده کردن این رابطه داریم:

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0).........(2-9)$$

مثال: متحرکی با شتاب ثابت $\frac{1}{2}m/s^2$ از حال سکون برروی خط مستقیم شروع به حرکت می‌کند. تغییر موقعیت و سرعت متحرک را پس از $25s$ به‌دست آرید.

$$\left.\begin{array}{l} a=\frac{1}{2}\frac{m}{s^2} \\ v_0=0,\ x_0=0 \\ t=25s \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} a)\Delta x=x-x_0=x=? \\ b)v=? \end{array}\right\}$$

حل: a)

$$x=\frac{a}{2}t^2+v_0t+x_0$$

$$x=\frac{a}{2}t^2+0+0$$

$$x=\frac{1/2}{2}(25)^2=\frac{1}{4}\times 625$$

$$x=156.25m$$

b)

$$v^2-v_0{}^2=2a(x-x_0)\Rightarrow v^2=2ax$$

$$v^2=2\times\frac{1}{2}\times 156.25=156.25\frac{m^2}{s^2}$$

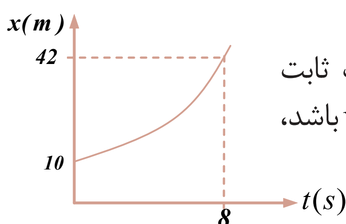
$$v=\sqrt{156.25\left(\frac{m}{s}\right)^2}=12.5\frac{m}{s}$$

ویا حل مثال به شکل ساده:

از معادلهٔ سرعت:

$$v=at+v_0=\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}.25s+0=12.5\frac{m}{s}$$

تمرین: شکل زیر گراف (x-t) متحرکی است، که با شتاب ثابت برروی خط مستقیم در حرکت است. فرض کنید $v_0=2\,m/s$ باشد، گراف (v-t) را ترسیم کنید.



2-7: سقوط آزاد (مفهوم ساحهٔ جاذبه)

آیا تا به حال از درختی سیب چیده اید؟ چرا وقتی‌که سیب از دستان شما رها می‌شود، به طرف پایین (سطح زمین) سقوط می‌کند؟ به نظر شما علت سقوط سیب به‌طرف سطح زمین چیست؟ پدیدهٔ سقوط آزاد اجسام را چگونه می‌توان با زبان ریاضی بیان کرد؟ این‌ها همه پرسش‌های هستند که شما در ختم این درس به آن‌ها پاسخ خواهید داد.

برای این‌که پدیدهٔ سقوط آزاد اجسام را بهتر درک کرده بتوانید، فعالیت زیر را انجام دهید.





فعالیت

یک ورق کاغذ فشرده نشده (ورق باز) و یک عدد سکه را بگیرید و آن‌ها را هم‌زمــان از یک ارتفاع معینی رها کنید، در مرحلهٔ دوم همان ورق کاغذ را فشــرده (کلوله)کرده و با ســکه از همان ارتفاع رها نمایید و در مرتبهٔ سوم دو ســکه را از همان ارتفاع رها نمایید و در مورد چگونه‌گی زمان رســیدن آن‌ها به ســطح زمین با اعضای گروه خود بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید و در اخیر به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

1 - آیا ورق کاغذ و سکه هم‌زمان به سطح زمین رسیدند؟
2 - آیا هر دو ورقهٔ کاغذ هم‌زمان به سطح زمین رسیدند؟
3 - کدام عامل باعث این شده است که ورق کاغذ و سکه به طرف زمین سقوط کنند؟


شکل (2-15)

سقوط آزاد، نمونهٔ طبیعی حرکت باشتاب ثابت است.در این نوع حرکت، مسیرحرکت مستقیم است و در هنگام سقوط یگانه قوهٔ وارده بر جسم همانا وزن آن است. اگر یک سکه و یک ورق کاغذ را از ارتفاع معین رها کنیم، به طور هم‌زمان به زمین نمی‌رسند. اما اگر همین تجربه را در خلاء انجام دهیم، سکه و ورق کاغذ هم‌زمان به زمین می‌رسند.

به طور مثال سقوط یک جسم در خلا ویا سقوط گلولهٔ کوچک فلزی در هوا را (با تقریب مناسب) می‌توان سقوط فرض کرد. شکل (2-16) حرکت یک ساچمه را هنگام سقوط آزاد نشان می‌دهد که در وقفه‌های زمانی متوالی $\Delta t = 1/30\,s$ از آن عکاسی شده است. بنابر این اگر از مقاومت هواصرف نظر کنیم. تمام اجسام در نزدیکی سطح زمین، تقریباً با شتاب ثابت سقوط می‌کنند. که این همان شتاب جاذبهٔ زمین است که باحرف g نمایش داده می‌شود. حرکت با شتاب g را سقوط آزاد می‌نامند. که جهت این شتاب همیشه به طرف پایین (مرکز زمین) است. اندازهٔ شتاب g بر حسب عرض البلد جغرافیایی، اندکی تغییر می‌کند و با افزایش ارتفاع از سطح زمین کاهش می‌یابد.

اندازهٔ این شتاب در نزدیکی سطح زمین نزدیک به $9.8\,{}^{m}\!/_{s^2}$ است. اما گاهی برای سهولت محاسبه $g = 10\,{}^{m}\!/_{s^2}$ فرض می‌شود.

معادله‌های حرکت و سرعت در سقوط آزاد همان معادله‌های حرکت با شتاب ثابت است. در سقوط آزاد، تغییر مکان در امتداد قایم است،


شکل (2-16)

و موقعیت متحرک به طور معمول با y یا h نشان داده می‌شود و مبدأ حرکت نقطه‌یی است که سقوط ازآن شروع می‌شود. اگر سمت مثبت را به طرف پایین اختیار کنیم، معادلهٔ حرکت و سرعت چنین خواهد بود:

معادلهٔ حرکت $y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t............(2-10)$

معادلهٔ سرعت $v = gt + v_0.........(2-11)$

چون در سقوط آزاد همیشه سرعت اولی v_0 مساوی به صفر می باشد، پس روابط (2-10) و (2-11) به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad . \quad . \quad . \quad .(2-12)$$

$$v = gt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .(2-13)$$

قیمت g در یک نقطهٔ مشخص زمین برای تمام اجسام یک‌سان است، اما قیمت آن در نقاط مختلف سطح زمین متفاوت است. حال از معادلهٔ (2-12)، زمان t را به‌دست می‌آوریم و در رابطهٔ (2-13) قرارمی‌دهیم:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \quad ....(2-14)$$

$$v = g(\sqrt{\frac{2y}{g}}) = \sqrt{g^2} \times (\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{g}})$$

$$v = \sqrt{2g.y} \quad ....(2-15)$$

از رابطهٔ اخیر می‌توانیم سرعت جسم سقوط کننده را بعد از این‌که فاصلهٔ y را طی نماید، دریافت کنیم.

مثال: یک سنگ کوچک از ارتفاع 4.9 متری زمین رها می‌شود.

الف) پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟

ب) سرعت آن هنگام رسیدن به زمین چقدر است؟ ($g = 9.8 m/s^2$ فرض شود)

$g = 4.9m$

$a)\ t = ?$

$b)\ v = ?$

$g = 9.8\frac{m}{s}$

$v_0 = 0$

حل:

الف)

$$v_0 = 0 \ , \ y = \frac{1}{2}g\,t^2$$

$$4.9 = \frac{1}{2} \times 9.8.t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{9.8}{9.8} \Rightarrow t = 1s$$

سنگ پس از 1 ثانیه به سطح زمین می‌رسد.

ب)

$$v = g.t \Rightarrow v = 9.8 \times 1 = 9.8\,m/s$$

سرعت سنگ هنگام رسیدن به سطح زمین $9.8\,m/s$ است.



تمرین:

دو جسم A و B به ترتیب از ارتفاع‌های 20 متری و 45 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه به طور آزاد سقوط می‌کنند. زمان سقوط هر کدام چقدر است؟ و جسم B چند ثانیه بعد ویا قبل از جسم A به زمین می‌رسد، و سرعت هر یک از آن‌ها در لحظهٔ رسیدن به زمین چقدر است؟ ($g=10\,m/s^2$ فرض شود).



خلاصهٔ فصل دوم

• وکتور موقعیت، وکتوری اســت که موقعیت جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند. ابتدای این وکتور، مبداء کمیات وضعیه و انجام آن موقعیت جســم اســت و باحرف $\vec{r}$ نشــان داده می‌شود

• تغییــر موقعیت یک متحــرک بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 عبارت از وکتوری اســت که ابتدای آن موقعیت متحرک در لحظهٔ t_1 و انجام آن موقعیت متحرک در لحظهٔ t_2 می‌باشد.

• واحد اندازه‌گیری موقعیت و تغییر موقعیت در سیستم SI، عبارت از متر(m)است

• سرعت متوسط (V_{av}) عبارت از تغییر موقعیت بر زمان است یا $\overline{V}=V_{av}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$

• در گراف (x-t)، ســرعت متوســط بین دو نقطه عبارت از میل دو نقطه‌یی است که توسط یک قطعه خط به یک‌دیگر وصل شده باشند.

• واحد اندازه‌گیری سرعت در سیستم SI، عبارت از m/s می‌باشد.

• ســرعت لحظه‌یی عبارت از لمت سرعت متوسط است، زمانی‌که Δt به طرف صفر نزدیک نماید، یعنی: $V_X=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

سرعت لحظه‌یی می‌تواند که مثبت، منفی و یا صفرباشد.

• در گراف (x-t)، ســرعت لحظه‌یی در زمان t، عبارت ازمیل (تانجانت) قطعه خط در زمان t است.

• شــتاب متوسط عبارت از تغییر سرعت فی واحد وقت اســت. اگر تغییر سرعت در انتروال زمانی Δt برابر به Δv با شد، داریم که:

$$\overline{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$



شتاب متوسط مثبت است درصورتی‌که $v_2 > v_1$ و می‌تواند منفی باشد اگر $v_2 < v_1$ و صفر است زمانی‌که $v_2 = v_1$ باشد.

• شتاب لحظه‌یی، عبارت از لیمت شتاب متوسط است، زمانی‌که Δt به طرف صفر نزدیک نماید، یعنی:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

سرعت لحظه‌یی می‌تواند قیمت‌های مثبت، منفی و یا صفر را اختیار کند.

• زمانی‌که شتاب ثابت باشد، در آن صورت شتاب لحظه‌یی مساوی به شتاب متوسط خواهد بود.

• در گراف (v-t) شتاب لحظه‌یی، عبارت ازمیل(تانجانت) قطعه خط در زمان مشخص t است.

• واحد اندازه‌گیری شتاب در سیستم SI، عبارت ازمتر بر ثانیه مربع (m/s^2) است.

• معادلات حرکت مختلفی و جود دارد که حرکت اجسام را با شتاب ثابت می‌توان توسط آن‌ها بررسی کرد. هر معادلهٔ حرکت دارای تغییرهای مختلفی می‌باشد، مانند:

سرعت v به عنوان تابعی از زمان، $v = v_0 + at$ و سرعت متوسط، $\overline{v} = \dfrac{v_0 + at}{2}$ است.

موقعیت به عنوان تابعی از زمان(t) و شتابa، $x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ و سرعت مستقل از زمان(سرعت به عنوان تابعی از موقعیت)، $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ می‌باشند.

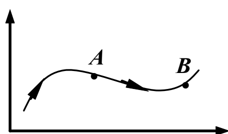


سؤال‌های فصل دوم

1 - وکتور موقعیت (مکان) را تعریف کنید.

2 - وکتور تغییر مکان را (بین دو لحظهٔ t_2, t_1) تعریف کنید.

3 - در شــکل روبرو مسیر حرکت جسمی‌را مشاهده می‌کنید. متحرک در لحظهٔ t_1در مکان A و در لحظهٔt_2در مکان B قرار دارد. وکتورهای موقعیت جســم را در لحظه‌های t_1وt_2رســم کنید و وکتور تغییر موقعیت جسم را مشخص کنید.



4 - a) موتری در یک مســیر دایره‌یی شکل با شــعاع **100** متر حرکت می‌کند. مسافتی که موتر نیم دور را می‌پیماید چند متر اســت؟ شــکل مسیر حرکت موتر را رسم و وکتور تغییر موقعیت را بر روی شکل مشخص کنید و اندازهٔ آن را به‌دست آورید.

b) اندازهٔ تغییر موقعیت موتر را در چهارم حصهٔ مسیر دایره‌یی به‌دست آورید.

c) تغییر موقعیت موتر در یک دور کامل چقدر است؟

5 - در چه صورتی وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر موقعیت هم جهت هستند؟

6 - متحرکی که بر روی خط مســتقیم حرکــت می‌کند، در لحظهٔ t_1در مکان $x_1 = 6m$ و در لحظهٔt_2در مکان $x_2 = 7m$قرار دارد. اندازهٔ تغییر موقعیت جسم را بین دو لحظهٔ t_1وt_2محاسبه کنید.

7 - گراف مکان- زمان ($x - t$) چیست؟

8 - فرق بین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌یی چیست و در کدام حالت هر دو سرعت باهم مساوی اند؟

9 - دریوری فاصلهٔ بین دو شهر را به ترتیب ذیل می‌پیماید:

ابتدا به مدت یک ســاعت با ســرعت متوســط $15 m/s$دریوری کرده و پس از آن به مدت 10 دقیقه توقف می‌کند. آنگاه با ســرعت متوســط $20 m/s$به مدت 30 دقیقــه به دریوری ادامه می‌دهد و بقیهٔ مســیر را تا مقصد به مدت یک ربع ســاعت با سرعت متوسط $12 m/s$دریوری می‌کند.

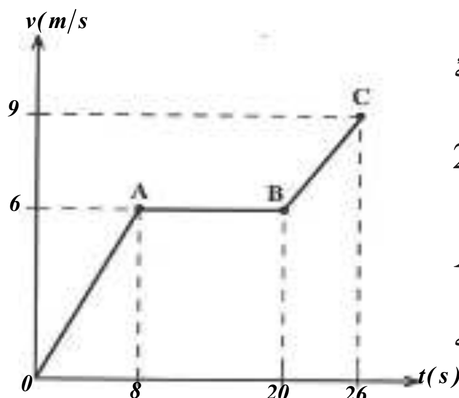
a. فاصلهٔ بین دو شهر چند کیلو متر است؟

b. سرعت متوسط آن در کل مسیر چند کیلو متر بر ساعت است؟

c. سرعت متوسط آن در طول مدت دریوری چقدر است؟

10 -سرعت یک موتر در مدت20ثانیه برروی یک مسیر مستقیم از $10m/s$به $18m/s$ می‌رسد.
a) شتاب متوسط موتر در این مدت چقدر است؟
b) اگرسرعت موتر با همین شتاب تغییر کند، پس از چه مدت سرعت آن به 1.8 کیلو متر بر ساعت می‌رسد؟
11 - سرعت یک سفینهٔ فضایی 30 ثانیه پس از شروع حرکت به $1200km/h$ می‌رسد. شتاب متوسط آن چقدر است؟ این شتاب چند برابر به $g = 9.8m/s^2$است؟
12 - موتری در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و بعد از 20 ثانیه سرعتش به $36\ hm/h$ می‌رسد. سپس با همین سرعت به مدت 10 ثانیه به حرکتش ادامه می‌دهد و پس از آن برک می‌کند و بعد از 5 ثانیه متوقف می‌شود. اگر در مدت برک کردن شتاب ثابت باشد:

a) جهت سرعت و شتاب حرکت را در هر مرحله معلوم کنید.
b) گراف $(x-t)$را از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف موتررسم کنید.
13 - شکل ذیل گراف $(v-t)$متحرکی را در 26 ثانیه نشان می‌دهد.
a) شتاب هریک از مرحله‌های OA , AB , BC چقدر است؟
b) شتاب متوسط در انتروال زمانی صفر تا 26 ثانیه چقدر است؟



14 - یک سنگ به طور عمود به طرف بالا پرتاب شده و زمان10ثانیه را برای بازگشت خود به زمین ضرورت دارد . این سنگ به چه ارتفاع با لا می‌رود؟
15 - سرعت متوسط را چگونه با استفاده از گراف $(x-t)$ تعیین می‌کنند؟ از روی شکل توضیح دهید.
16 - سرعت لحظه‌یی را تعریف کنید و واحد اندازه‌گیری را در SI ذکر کنید.
17 - حرکت یک‌نواخت برروی خط مستقیم را تعریف کنید و معادلهٔ این حرکت را به‌دست آورید.
18 - معادلهٔ حرکت جسمی‌که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 2t + 3$است:

a) فاصلهٔ متحرک از مبداء را در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ به‌دست آورید.
b) تغییر موقعیت جسم بین دو لحظهٔ $t_1 = 1s$ و $t_2 = 4s$ بالا را محاسبه کنید.
c) سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟
19 - جسمی با سرعت ثابت v برروی مسیر مستقیمی در حرکت است. اگر در لحظهٔ $t_1 = 2s$ فاصله آن تا مبداء 11 متر و در لحظهٔ $t_2 = 7s$ فاصلهٔ آن تا مبدا 38.5 متر باشد:
a) سرعت متحرک و فاصلهٔ آن تا مبداء در لحظهٔ صفر ثانیه چقدر است؟
b) رابطهٔ $(x-t)$ یا معادلهٔ حرکت را بنویسید.
20 - گراف $(v-t)$ چگونه رسم می‌شود؟
21 - شتاب متوسط را تعریف و رابطهٔ آن را بنویسید، و واحد اندازه‌گیری آن را در SI ذکر کنید.
22 - متحرکی برروی مسیر مستقیمی در حرکت است. سرعت آن در لحظهٔ $t_1 = 7s$ برابر با $20m/s$ و در لحظهٔ $t_2 = 10s$ برابر به $32m/s$ است، شتاب متوسط متحرک را بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 حساب کنید.
23 - شتاب لحظه‌یی را چگونه توسط گراف $(v-t)$ تعیین می‌کنند؟ از روی رسم توضیح دهید.
24 - یک جسم از ارتفاع 520 متری سطح زمین با سرعت اولیهٔ $2m/s$ در جهت عمود به سطح زمین رو به پایین پرتاب می‌گردد.
a) زمان رسیدن جسم را به سطح زمین حساب کنید.
b) سرعت جسم را هنگام رسیدن به زمین محاسبه کنید.
25 - دو جسم A و B به ترتیب از بلندی‌های 500 متری و 320 متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه و همزمان رها می‌گردند.
a) جسم A چند ثانیه پس از جسم B به سطح زمین می‌رسد؟
b) سرعت هر یک را در موقع رسیدن به سطح زمین سنجش کنید.
26 - گلولهٔ کوچکی از بالای ساختمان بلندی رها می‌شود. وقتی به ارتفاع 40 متری بالای زمین می‌رسد، سرعتش $10m/s$ می‌شود.
a) سرعت جسم در لحظهٔ رسیدن به زمین را حساب کنید.
b) ارتفاع ساختمان را به‌دست آورید.
c) سرعت متوسط گلوله را در مدت سقوط از ارتفاع ($40m$ الی سطح زمین) تعیین کنید.
d) گراف $(x-t)$ آن را رسم کنید.



حرکت‌های دو بُعدی

در فصل قبل تا اندازه‌یی حرکت در یک بُعد را مورد مطالعه قرار دادیم و با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت متوسط و... آشنا شدیم و حرکت‌های یک‌نواخت و دارای شتاب ثابت برروی یک خط مستقیم را بررسی کردیم. اما باید دانست که ما در زندگی روزمره بیشتر با حرکت‌هایی که در دوبُعد و سه بُعد انجام می‌شوند سرو کار داریم، و بررسی آن‌ها برای ما اهمیت بیشتری دارد.

حرکت یک سیاره به دور آفتاب و یا حرکت یک موتر در گولایی جاده و حرکت گلولهٔ توپی که فیر می‌شود و. . . مثال‌هایی از حرکت دو بُعدی هستند.

حرکت در دوبعد چیست؟ چگونه می‌توانیم حرکت‌های دوبعدی را تحلیل کنیم؟ حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توانیم به زبان ریاضی بیان کنیم؟ از حرکت‌های دوبعدی در حیات روزمره چه استفاده‌هایی کرده می‌توانیم؟ و. . . این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که توقع می‌رود شما در ختم این فصل به آن‌ها پاسخ داده بتوانید. از این پیش دیدیم که مکان جسم در یک سطح با وکتور $\vec{r}$ نمایش داده می‌شود. این وکتور را می‌توان به صورت زیر نوشت:

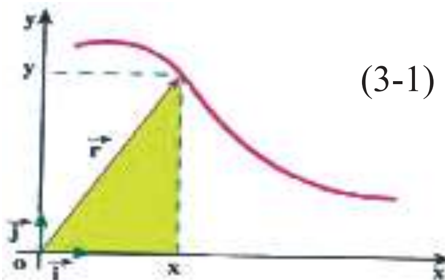
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

که در آن $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به ترتیب عبارت از وکتور واحدها در جهت‌های x و y هستند.

چون هنگام حرکت جسم، وکتور مکان آن تغییر می‌کند، برای مشخص کردن مکان جسم در حین حرکت، کافی است که مرکبه‌های x و y را به صورت تابع‌هایی از زمان داشته باشیم: $X = f(t) \qquad Y = g(t)$..و........(2 – 3)

رابطه‌های (2-3) معادله‌های حرکت یک جسم را در دو بعد نشان می‌دهند. واضح است که در حرکت دو بعدی، وکتور مکان نیز تابعی از زمان است. یعنی: $\vec{r} = f(t)\,\vec{i} + g(t)\,\vec{j}$

در واقع می‌توان گفت که حرکت دریک مستوی (صفحه)، ترکیب دو حرکت یک بعدی در امتدادهای x وy است، که با داشتن معادله‌های مربوط به آن، مکان(موقعیت) جسم در تمام لحظه‌ها معلوم و در نتیجه مسیر حرکت جسم مشخص می‌شود. مانند شکل (1-3):



شکل (1-3)



تحقیق کنید

فرض کنید دریک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت سنگ پشت در سیستم SI به صورت $x = 10t$ و $y = -5t^2$ است. مختصات حرکت این سنگ پشت را در گروه‌های مختلف از طریق نقطه یابی در انترول زمانی 0 تا 5 ثانیه رسم کنید.

3-1: تغییر مکان و سرعت متوسط

تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دو بعدی را چگونه می‌توان بررسی کرد؟ چه تفاوت‌هایی بین تغییر مکان و سرعت متوسط در حالت‌های یک بعدی و دو بعدی وجود دارد؟

برای بررسی تغییر مکان و سرعت متوسط در حرکت‌های دوبعدی، فرض کنید که متحرک مطابق شکل(3-2) در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ A (مکان $\vec{r_1}$) و در لحظهٔ t_2 در نقطهٔ B (مکان $\vec{r_2}$) قرار داشته باشد. همان‌طوری که در فصل دوم خواندیم، وکتوری که از A به B رسم می‌شود، تغییر مکان جسم را در انترول زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ نمایش می‌دهد.

این وکتور که در شکل (2-4) فصل دوم نیز رسم شده است از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید. چون: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{i}$ است، پس

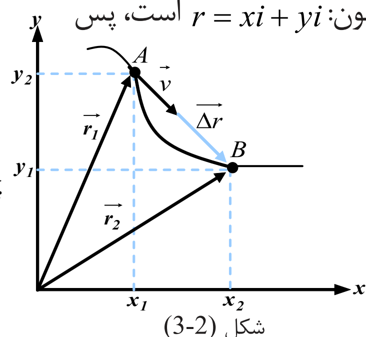
$$\vec{\Delta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} .....(3-4)$$

$$\vec{\Delta r} = (x_2\vec{i} + y_2\vec{j}) - (x_1\vec{i} + y_1\vec{j})$$

$$\vec{\Delta r} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} - x_1\vec{i} - y_1\vec{j} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = (\Delta x)\vec{i} + (\Delta y)\vec{j} .....(3-5)$$



شکل (3-2)

وکتورهای سرعت متوسط و تغییر مکان هم جهت هستند.

سرعت متوسط جسم در یک انترول زمانی معین، مانند حالت یک بعدی، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} ....(3-6)$$

با استفاده از رابطهٔ (3-5)، سرعت متوسط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\overline{\vec{v}} = (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i} + (\frac{\Delta y}{\Delta t})\vec{j} ....(3-7)$$

اگر $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ را با $\overline{V_x}$ و $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ را با $\overline{V_y}$ نشان دهیم، در نتیجه رابطهٔ (3-7) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\overline{\vec{v}} = (\overline{v_x})\vec{i} + (\overline{v_y})\vec{j} ....(3-8)$$



فعالیت

شکل (2-3) را در گروه‌های مختلف تحلیل نموده و بگویید که چرا وکتور سرعت متوسط و وکتور تغییر مکان هم جهت هستند و سپس نمایندۀ هر گروه به صورت جدا گانه در صنف توضیحات دهد.

مثال: معادله‌های حرکت جسمی‌در دو بعد، با رابطه‌های زیر (در سیستم SI) داده شده است:

$$X = 2t \quad , \quad y = -t^2 + 4t$$

a) وکتور مکان (موقعیت) جسم را در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ به‌دست آورید؟

b) سرعت متوسط آن را در انترول زمانی بین 1 و 2 ثانیه تعیین و اندازۀ آن را حساب کنید.

حل: a) در $t_1 = 1s$ و $y_1 = 3m$ $\quad x_1 = 2m$

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

به همین ترتیب در $t_2 = 2s$

و $\quad y_2 = 4m \quad x_2 = 4m$

$$\vec{r}_2 = 4\vec{i} + 4\vec{j}$$

b) در انترول زمانی بین 1 و 2 ثانیه:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 - 2 = 2m$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 4 - 3 = 1m$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 1 = 1s$$

$$\overline{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{1s} = 2\frac{m}{s} = 2\vec{i}$$

$$\overline{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1m}{1s} = 1\frac{m}{s}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y = 2\vec{i} + \vec{j}$$

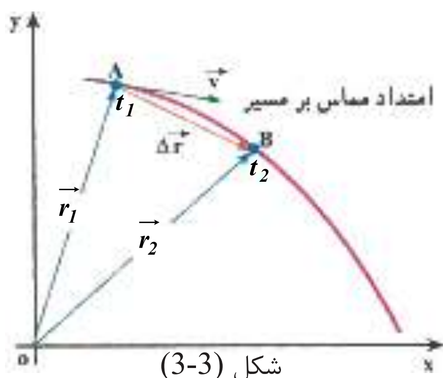
$$(\overline{V})^2 = (\overline{V}_x)^2 + (\overline{V}_y)^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow \overline{V} = \sqrt{5} \approx 2.23\frac{m}{s}$$

تمرین: فرض کنید در یک مدت کوتاه، معادله‌های حرکت یک خرگوش در سیستم SI به صورت $x = 10t$ و $y = -2t^2$ است، سرعت متوسط این خرگوش را در انترول زمانی 0 تا 2 ثانیه به‌دست آورید.

سرعت لحظه‌یی

سرعت لحظه‌یی در حرکت‌های دو بُعدی را چگونه می‌توان تحلیل و ارزیابی کرد؟ سرعت لحظه‌یی در حرکت دو بعدی و یک بعدی چه تفاوت‌هایی دارند؟

برای بررسی سرعت لحظه‌یی در دو بعد، شکل (3-3) را در نظر بگیرید. این شکل، حرکت جسم را روی یک مسیر خمیده (منحنی) نشان می‌دهد.



شکل (3-3)

موقعیت جسم در دو لحظهٔ t_1 و t_2 مشخص شده است. از این پرسش یاد آور شده بودیم که وکتور سرعت متوسط در یک انتروال زمانی با وکتور تغییر موقعیت مربوط به آن، هم جهت است.

همان‌طوری‌که در فصل قبل در حرکت یک بعدی نیز گفته شد، هنگامی‌که انتروال زمانی Δt، کوچک و کوچک‌تر شود، سرعت متوسط به سرعت لحظه‌یی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، یعنی به زبان ریاضی، وکتور سرعت لحظه‌یی عبارت از لیمت سرعت متوسط است وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب نماید، یعنی:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} (\vec{\bar{v}}) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \ldots\ldots\ldots\ldots(3-9)$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت که « سرعت لحظه‌یی، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است»، یعنی:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots(3-10)$$

بنابرآن در لیمتی که Δt به طرف صفر تقرب می‌نماید، با استفاده از رابطهٔ $\overrightarrow{\Delta r} = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j}$ می‌توان سرعت لحظه‌یی جسم را بر اساس مرکبه‌های آن در دو امتداد x و y به‌دست آورد، یعنی:

$$\vec{v} = (\frac{dx}{dt})\,\vec{i} + (\frac{dy}{dt})\,\vec{j}$$

$$\vec{v} = (v_x)\,\vec{i} + (v_y)\,\vec{j} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3-11)$$

بنابراین، چون وکتور سرعت متوسط با وکتور تغییر مکان هم جهت است، پس در لیمتی که Δt به طرف صفر تقرب می‌نماید، وکتور سرعت لحظه‌یی بر مسیر حرکت در نقطهٔ A مماس خواهد شد. در نتیجه هنگامی‌که جسم روی یک مسیر خمیده(منحنی) حرکت می‌کند، جهت وکتور سرعت آن که همیشه بر مسیر حرکت مماس است، در هر لحظه تغییر می‌کند. بعد از این وکتور سرعت لحظه‌یی را، سرعت می‌نامیم.

مثال: موتری که در یک سطح افقی $x\,o\,y$ حرکت می‌کند، معادله‌های حرکت آن در سیستم SI به صورت زیر است: $y = 4t^2$ و $x = 6t + 5$ اندازهٔ سرعت موتر را در $t = 1s$ به‌دست آورید؟:

حل: با استفاده از رابطهٔ (3-11) مرکبه‌های سرعت به‌دست می‌آید:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 6\,m/s \text{ و } V_y = \frac{dy}{dt} = 8t$$

همان‌طوری‌که دیده می‌شود مرکبهٔ افقی سرعت تابع زمان نیست و مقدار ثابتی دارد؛ ولی مرکبهٔ قایم سرعت، تابع زمان است و اندازهٔ آن در $t = 1s$ برابر است با: $v_y = 8\,{}^m\!/_s$ پس اندازهٔ سرعت در $t = 1s$ برابر است با:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\,m/s$$

3-2: شتاب متوسط و شتاب لحظه‌یی

از این پیش خواندیم که وقتی سرعت جسم تغییر کند، حرکت شتاب‌دارست. تغییر سرعت می‌تواند به معنای تغییر در اندازهٔ سرعت یا تغییر در جهت سرعت و یا هر دو باشد. دیدیم که وقتی حرکت جسم روی مسیر منحنی است، در حالی‌که سرعت جسم تغییر نمی‌کند، مگر جهت سرعت آن تغییر می‌کند. بنا برآن اگر اندازهٔ سرعت هم تغییر نکند، می‌تواند حرکت شتاب‌دار باشد. مثال، حرکت برروی مسیر منحنی، که در آن محض جهت حرکت تغییر می‌کند، یک حرکت شتاب‌دار است.



تحقیق کنید

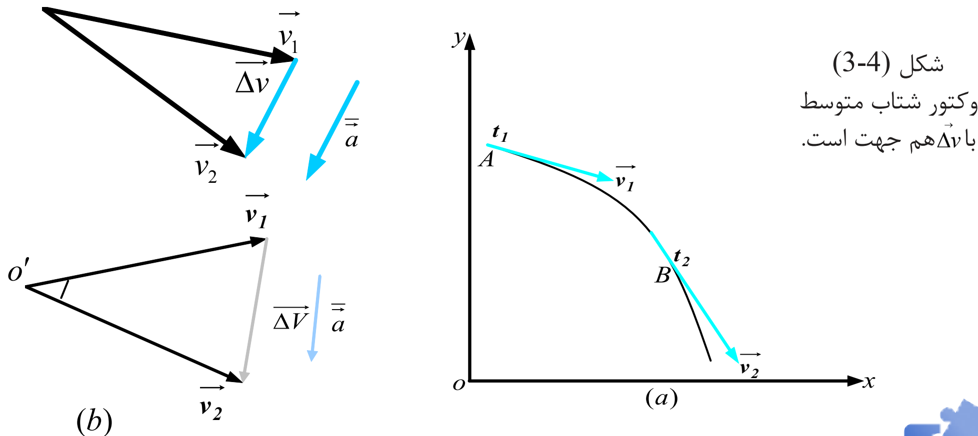
در مورد دو مثال حرکت شتابدار تحقیق کنید که در آن‌ها، اندازهٔ سرعت تغییر نکند.

در شکل (3-4-a) وکتورهای سرعت در دو لحظهٔ t_1 و t_2 روی مسیر نشان داده شده است. برای محاسبه تغییر سرعت در انتروال زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ در شکل (3-4-b) از نقطهٔ o' وکتورهای مساوی با $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را رسم می‌کنیم و $\Delta\vec{v}$ و Δt را به‌دست می‌آوریم. مانند حرکت یک بعدی، وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad \text{.............}(3-12)$$

با استفاده از رابطهٔ (3-11) داریم که: $\vec{a}=(\frac{\Delta v_x}{\Delta t})\vec{i} + (\frac{\Delta v_y}{\Delta t})\vec{j}$

ویا $\vec{a}=(\bar{a}_x)\vec{i}+(\bar{a}_y)\vec{j}$ ....(3−13) (شتاب متوسط)



شکل (3-4)
وکتور شتاب متوسط
با $\vec{\Delta v}$ هم جهت است.



بحث کنید

در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این‌که چرا وکتور شتاب متوسط با $\overline{\Delta V}$ هم جهت است. بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

همان‌طوری‌که می‌دانیم شتاب لحظه‌یی در لحظهٔ t_1 را می‌توان به صورت لمت شتاب متوسط، وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب نماید، نوشت، یعنی:

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}(\vec{\bar{a}})=\lim_{\Delta t\to 0}(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t})......(3-14)$$

را بطهٔ با لا را با توجه به مفهوم مشتق می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}...(3-15)$$

$$\vec{a}=\frac{d^2(\vec{r})}{dt^2}.........(3-16)$$

وبه کمک را بطهٔ(3-13) می‌توان بنوسیم که:

$$\vec{a}=(\frac{dv_x}{dt})\vec{i}+(\frac{dv_y}{dt})\vec{j}......(3-17)$$

که در آن $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ و $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ عبارت از مرکبه‌های شتاب لحظه‌یی می‌باشد.

و در نتیجه: $(3-18)$.......$\vec{\bar{a}} = (a_x)\,\vec{i} \;+\; (a_y)\,\vec{j}$ =(شتاب لحظه‌یی)

را بطۀ (3-12) نشان می‌دهد که $\vec{\bar{a}}$ و $\Delta\vec{v}$ هم جهت استند. ولی همان‌طوری که در شکل (3-4-a) نشان داده شد است، درحرکت روی مسیر منحنی، هیچ وقت وکتور شتاب متوسط $(\vec{a'})$، با وکتور های سرعت ($\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$) هم جهت نیست. وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب می‌کند و وکتور $\vec{v_2}$ به وکتور $\vec{v_1}$ بسیار نزدیک می‌شود، باز هم شتاب لحظه‌یی با سرعت لحظه‌یی هم جهت نخواهد بود.



فعالیت

در گروه‌های مختلف صنفی، برروی گراف نشان دهید که در حرکت دارای سرعت ثابت روی مسیر منحنی، وقتی Δt به طرف صفر تقرب نماید، $\Delta\vec{v}$ بر v عمود است.

مثال: معادلۀ حرکت دو بعدی جسمی‌در سیستم (SI) به صورت زیر است: $\begin{cases} x = 20\,t^2 \\ y = -5\,t^3 \end{cases}$

وکتورهای سرعت و شتاب آن را در $t = 1s$ به‌دست آورید که آیا این دو وکتور هم جهت اند؟

حل: برای تعیین وکتور سرعت، در مرحلۀ اول مرکبه‌های V_x و V_y را در $t = 1s$ چنین به‌دست می‌آوریم:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 40t \xrightarrow{t=1s} v_x = 40\,{}^{m}\!/_{s}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -15t^2 \xrightarrow{t=1s} v_y = -15\,{}^{m}\!/_{s}$$

در نتیجه وکتور سرعت لحظه‌یی در $t = 1s$ چنین خواهد بود: $\vec{v} = 40\,\vec{i} - 15\,\vec{j}$

برای تعیین وکتور شتاب نیز ابتدا مرکبه‌های شتاب یعنی a_x و a_y را به‌دست می‌آوریم، یعنی:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 40\,m/s^2 \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -30t$$

$$\xrightarrow{t=1s} a_y = -30.1 = -30\frac{m}{s^2}$$



همان‌طورکه می‌بینیم a_y تابع زمان (t) است و در $t=1s$ برابر است با: $a_y=-30\,m/s^2$ در نتیجه وکتور شتاب در $t=1s$ چنین خواهد بود: $\vec{a}=40\,\vec{i}-30\,\vec{j}$

با مقایسهٔ وکتورهای $\vec{a}$ و $\vec{v}$ در زمان $t=1s$ و می‌توان نتیجه گرفت که این دو وکتور با هم موازی نیستند:

3-3: حرکت‌های پرتابی

حرکت‌های پرتابی چگونه حرکت‌هایی هستند؟ حرکت‌های پرتابی چه مسیری را در فضا طی می‌کنند ؟ جسم پرتاب شده و مسیری که در فضا طی می‌کند، نمونه‌یی از انواع مختلف حرکت است که هر انسان از آغاز کودکی، در عمل با آن سرو کار دارد.

حرکت پرتابی نوعی از حرکت دو بعدی است. برای مطالعه و تحلیل حرکت‌های دو بعدی در مرحلهٔ اول باید سه فرض زیر را در نظر بگیریم :

1 - شتاب جاذبه‌یی (g)، در محدودهٔ حرکت جسم ثابت و جهتش به طرف پایین است.

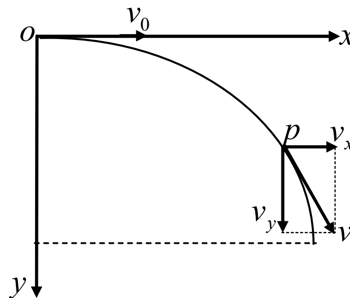
2 - از تأثیر مقاومت هوا می‌توان صرف نظر کرد.

3 - چرخش زمین بر روی این حرکت تأثیری ندارد.

یکی از اصطلاحاتی که در حرکت‌های پرتابی با آن زیاد سروکار داریم، عبارت از جسم پرتاب شده است. جسم پرتاب شده، جسمی است که در آغاز با سرعت اولیهٔ پرتاب و یا بر اثر ضربه در جهتی به حرکت درآید و سپس تحت تأثیر قوهٔ جاذبه، حرکت شتاب‌دار (حد اقل در امتداد یکی از محورهای کمیات وضعیه) داشته باشد. مرمی‌که از تفنگ خارج می‌شود، سنگی که با یک زاویه پرتاب می‌شود، جریان آبی که از سوراخی فوران می‌کند، همه‌گی مثال‌هایی از حرکت پرتابی هستند که مسیر پارابول شکل را در فضامی‌پیمایند. سپس خواهیم دید که اثبات این مسئله که مسیر حرکت‌های پرتابی، پارابول است از طریق ریاضی، ساده می‌باشد.

پرتاب افقی

چی فکر می‌کنید که اگر جسمی‌را از بالای بر جی در امتداد افقی با سرعت اولیۀ v_0 پرتاب کنیم، چه اتفاقی خواهد افتاد؟ مسیری را که جسم پرتاب شده طی می‌کند، چگونه مسیری خواهد بود؟ جسمی‌را از مبدا سیستم مختصات قایم (y,x) با سرعت اولیۀ v_0 به صورت موازی به محور x مانند شکل زیر پرتاب می‌کنیم. دیده می‌شود که جسم پرتاب شده به حرکت خود به صورت افقی ادامه نداده بلکه آهسته آهسته به طرف پایین کشانیده می‌شود. یعنی جسم پرتاب شده.



شکل (3-5)

لحظه به لحظه توسط تعجیل جاذبۀ زمین به طرف پایین کشانده می‌شود و بالآخره به زمین تصادم می‌کند. در این نوع حرکت می‌توان سرعت جسم پرتاب شده را از ترکیب دو وکتور(مرکبه‌های سرعت) v_x و v_y مورد مطالعه قرار داد. چون جسم پرتاب شده حرکت مستقیم الخط منظم را به امتداد محورx با سرعت اولی v_0 انجام می‌دهد و به امتداد محور y تحت تأثیر قوۀ جاذبۀ زمین می‌باشد، بنابرآن معادلات حرکت جسم پرتاب شده به جهت‌های محورx ،y عبارت اند از:

$$x = v_0 t \ldots\ldots(3-19)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \ldots.(3-20)$$

اگر قیمت t را از رابطۀ (3-19) در یا فت نموده و در رابطۀ (3-20) و ضع کنیم، می‌یابیم که:

$$y = \frac{1}{2} g.\frac{x^2}{v_0^2} \ldots\ldots\ldots \quad (2-21)$$

چون $\frac{g}{2v_0^2}$ یک کمیت ثابت است، آن را به c نشان داده، را بطۀ (3-21) شکل زیر را به‌خود می‌گیرد:

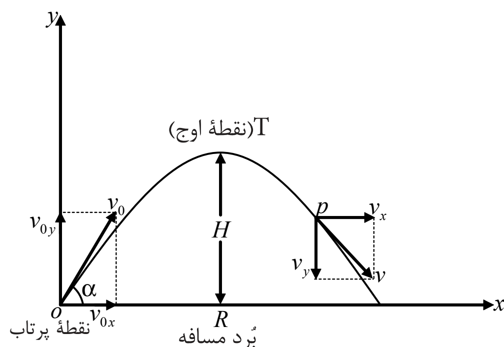
$$y = cx^2 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3-22)$$

از معادلۀ (3-22) نتیجه می‌شود که مسیر حرکت جسم پرتاب شده به صورت افقی عبارت از یک پارا بول است. از رابطۀ (3-20) معلوم می‌شود که در پرتاب افقی وقتی را که جسم پرتاب شده در طی نمودن فاصلۀ y به طرف پایین در بر می‌گیرد، برابر است به وقتی که جسم مذکور به طور آزاد سقوط نماید و همان فاصلۀy را عموداً طی کند.

3-4: پرتاب مایل

پرتاب مایل چگونه پرتابی است؟ چه تفاوتی بین پرتاب افقی و پرتاب مایل وجود دارد؟ در بخش 3-3، پرتاب در امتداد اُفق مورد بحث واقع شد. در حالت پرتاب افقی، زاویه‌یی را که وکتور سرعت اولیه با جهت مثبت محور x تشکیل می‌داد صفر ($\alpha = 0$) بود. ولی در حالت پرتاب مایل زاویهٔ پرتاب خلاف صفر می‌باشد ($\alpha \neq 0$).

در پرتاب مایل وکتور v_0 را روی دو محورx و y به مرکبه‌های آن تجزیه می‌کنیم. برای مطالعهٔ دقیق این حرکت، سیستم مختصات کمیات وضیعه را مطابق شکل (3-6) در نظر می‌گیریم که مبداء آن، محل اولیهٔ پرتاب، محور x آن در جهت افقی و محور y آن در جهت قایم و به طرف بالا باشد. با این انتخاب محورها، چون شتاب در جهت محور y برابر با (g-) و در جهت محور x صفر است، پس می‌توانیم بنوسیم که:



شکل (3-6)

$$a_y = -g \ldots\ldots\ldots (3-23)$$

$$a_x = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (3-24)$$

جسم پرتاب شده در مبدا زمان $t = 0$ از مبدا مختصات با سرعت اولیهٔ v_0 تحت زاویهٔ ∝ نسبت به افق پرتاب می‌شود. دراین صورت مؤلفه‌های x و y سرعت اولیه عبارت انداز:

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (3-25)$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots (3-26)$$

$a_x = 0$ است، یعنی حرکت در جهت افقیx با سرعت ثابت $v_0 \cos\alpha$ انجام می‌شود. بنابراین معادله‌های حرکت و سرعت جسم پرتاب شده در جهت محور x به صورت زیر خواهد بود:

$$x = (v_0 \cos\alpha)\, t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3-27)$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha = constant \ldots\ldots\ldots\ldots (3-28)$$

همان‌طوری‌که گفته شد حرکت در جهت قایم y، یک حرکت با شتاب ثابت (g-) است. و با استفاده از رابطه‌های سقوط آزاد اجسام، معادله‌های حرکت جسم پرتاب شده در جهت y نیز به صورت زیر خواهد بود.

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha) t \ldots\ldots\ldots\ldots (3-29)$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3-30)$$

چهار معادلهٔ (3-27) تا (3-30)، معادله‌های حرکت وسرعت به استقامت محورهای x و y جسم پرتاب شده را در هر لحظهٔ t بر روی محورهای x و y نشان می‌دهند.
اگر در معادله‌های حرکت روی محورهای x و y در حرکت دو بعدی، زمانt حذف شود، معادلهٔ مسیرحرکت به‌دست می‌آید. با استفاده از این روش، معادلهٔ مسیر حرکت پرتابی بر روی صفحهٔ xoy چنین به‌دست می‌آید:
قیمت t را از رابطهٔ (3-27) گرفته و به رابطهٔ (3-29) وضع می کنیم.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2} g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y = tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 \quad \text{ویا} \quad y = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha \ldots\ldots\ldots(3-31)$$

معادلهٔ (3-31) نشان می‌دهد که مسیر حرکت پرتابی، عبارت از پارابول می‌باشد. (چرا؟).
فاصلهٔ افقی را که جسم پرتاب شده طی می‌کند تا دو باره به ارتفاع اولیهٔ پرتاب $(y = 0)$ بر‌گردد، رنج (Rang) جسم پرتاب شونده می‌نامند و آن را با حرف R نمایش می‌دهند.
مختصه‌های نقطهٔ بر گشت به ارتفاع اولیه با توجه به شکل، به صورت $\begin{bmatrix} X = R \\ Y = 0 \end{bmatrix}$ است. با وضع نمودن این قیمت‌ها در رابطهٔ (3-31) می‌توانیم بنوسیم که:

$$0 = \frac{-g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} + (R)\tan\alpha \Rightarrow \frac{g(R)^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} = R\tan\alpha$$

$$R = \frac{2v_0^2 . \cos^2\alpha}{g} . \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$R = \frac{v_0^2 \cdot 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$$

چون:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

پس:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \ldots\ldots(3-32)$$





بحث کنید

رابطهٔ (3-31) را با معادلهٔ $f(x) = ax^2 + bx + c$ مقایســه نموده و در مورد مسیر حرکت آن‌ها با هم مناقشه کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.



فعالیت

مواد ضروری: نقاله، خط کش یا متر، تفنگچهٔ بازی اطفال، گلوله‌های پلاستیکی، میز.

طرزالعمل: شــاگردان به سه گروه تقسیم شوند. گروپ اول از نقطهٔ (o) تحت زاویهٔ 25°، گروه دوم از نقطهٔ (o)، تحت زاویهٔ 45° و گروپ ســوم از نقطهٔ(o)تحــت زاویهٔ 65° فیر نمایند. زمانی‌که گلوله به زمین اصابت نمود. فاصله بین نقطهٔ فیر (o) و نقطهٔ اصابت (x_{max}) را توسط خط کش و یا متر یاداشت نمایند و ســپس نمایندهٔ هر گروه نتیجهٔ کار خود را با دیگران مقایســه و نتیجهٔ کلی را در حضور معلم در صنف گزارش دهد.



بحث کنید

جسم پرتاب شونده، تحت چه زاویه‌یی پرتاپ شود تارنج (فاصلهٔ افقی) اعظمی را طی‌کند؟

نقطهٔ اوج (ارتفاع اعظمی) در حرکت پرتابی، بالا ترین نقطه‌یی اســت که جســم پرتاپ شــونده به آن می‌رسد. در شکل (3-7)، ارتفاع نقطهٔ اوج با H نشان داده شده است.

سرعت در جهت محور y در نقطهٔ اوج صفر است،(چرا؟)

از رابطهٔ (3-30) داریم که:

$$o = -gt + v_0 \sin\alpha$$

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \quad ....(3-33)$$

با استفاده از این فورمول می‌توانیم زمان رسیدن جسم پرتاپ شده را به نقطهٔ اوج به‌دست آوریم. با قرار دادن این زمان (t) در معادلهٔ (3-29) ارتفاع نقطهٔ اوج به‌دست می‌آید.

$$H = -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + (v_0 \sin\alpha)\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)$$

$$H = \frac{-v_0^2 \sin^2\alpha + 2v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad ....(3-34)$$

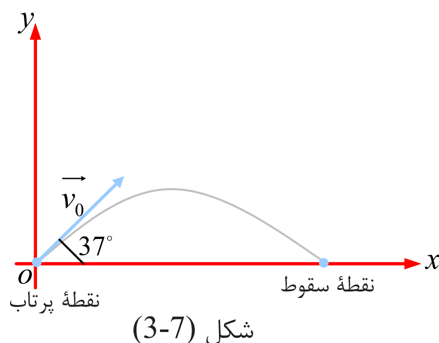


مثال: یک بازیکن فوتبال، توپی را تحت 37° زاویهٔ نسبت به افق با سرعت اولیهٔ $10 m/s$، شوت می‌کند. با فرض این‌که توپ در صفحهٔ xoy حرکت کند و مقاومت هوا نا چیز باشد:

a) زمان رسیدن توپ به نقطهٔ اوج را به‌دست آورید؟

b) پس از چه زمانی توپ به زمین بر می گردد؟

$(\sin 37^\circ = 0.6)$.



شکل (7-3)

حل: الف) در نقطهٔ اوج مسیر داریم که:

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$0 = -9.8t + 10 \times 0.6 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{6}{9.8} \cong 0.6s$$

b) در باز گشت به زمین $y = 0$ است، یعنی:

$$y = -\frac{1}{2} gt^2 (v_0 \sin \propto)t \qquad -4.9t_2 + 6 = 0$$

$$0 = -4.9t^2 + (10 \times 0.6)t \qquad 4.9t_2 = 6 \Rightarrow t_2 = \frac{6}{4.9}$$

$$t(-4.9t + 6) = 0 \Rightarrow t_1 = 0 \quad , \quad t_2 = 1.2244 \Rightarrow t_2 = 1.2s$$

که در آن $t_1 = 0$ مربوط به لحظهٔ پرتاب توپ و $t = 1.2s$ مربوط به لحظهٔ بر خورد توپ به زمین (زمان کل حرکت) است.

تمرین

در حرکت پرتابی:

1 - دورترین فاصلهٔ جسم پرتاب شده از رابطهٔ ____________ به‌دست می‌آید.

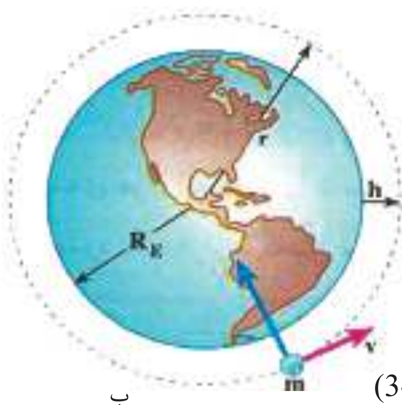
2 - زمان رسیدن جسم پرتاب شده به نقطهٔ اوج را از بطهٔ ______________ به‌دست می‌آید.

3-5: حرکت دایره‌یی

حرکت دایره‌یی چیست؟ حرکت‌های دایره‌یی چه کاربردهایی در زنده‌گی روزمره دارند؟ آیا گاهی شما گازک‌های بازی اطفال و فلاخن را مشاهده کرده‌اید که چه نوع حرکت‌هایی را انجام می‌دهند؟ حرکت یک جسم در مسیر دایره‌یی، نمونهٔ دیگری از حرکت در دو بعد (سطح) است. نمونه‌های بسیاری از این حرکت‌ها را هر روزه مشاهده می‌کنیم. مسیر حرکت ماه به دور زمین، حرکت الکترون به دور هسته، و مسیر حرکت بعضی از ماهواره‌ها به دور زمین، نسبتاً از نوع حرکت دایره‌یی هستند. در بعضی از وسایل خانه‌گی؛ مانند: ماشین کالاشویی، ماشین آب‌میوه کشی و...، اجسام در داخل آن‌ها در مسیر دایره‌یی حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر، نمونه‌هایی از حرکت اجسام برمسیر دایره‌یی را مشاهده می‌کنید.



الف



ب

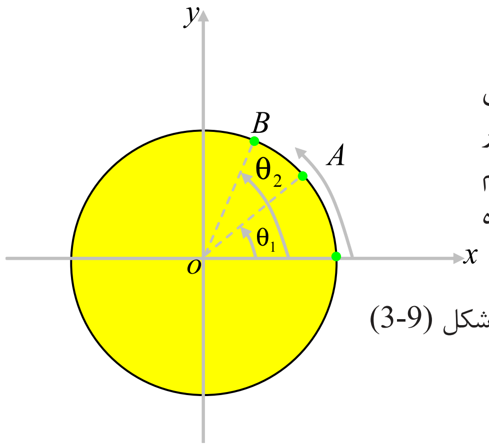
شکل‌های (3-8)



ج

سرعت زاویه‌یی

ذره‌یی را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌یی در جهت عکس عقربهٔ ساعت مانند شکل زیر در حرکت است. در این‌جا منظور از ذره، جسم کوچکی است که ابعاد آن به مقایسهٔ شعاع دایره ناچیزاست.



شکل (3-9)

موقعیت ذره را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویهٔ θ نسبت به محور ox نمایش داد. هنگامی‌که ذره در نقطهٔ A قرار دارد موقعیت آن را با زاویهٔ θ_1 و هنگامی‌که در نقطهٔ B قرار دارد، موقعیت آن را با زاویهٔ θ_2 نشان می‌دهیم، و $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ را تغییر موقعیت (فاصلهٔ طی شده) زاویه‌یی ذره می‌نامیم. طبیعی است که سرعت زاویه‌یی متوسط ذره در حرکت دایره‌یی به صورت نسبت تغییر موقعیت زاویه‌یی بر زمان آن تعریف می‌شود، یعنی:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{..........} (3-35)$$

واحد اندازه‌گیری سرعت زاویه‌یی، رادیان بر ثانیه $\frac{rad}{sec}$ است.



تحقیق کنید

در مورد حرکت زمین به دور خورشـــید در گروه‌های مختلف تحقیق کنید و ســـرعت زاویه‌یی متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه نمایید.



سؤال

a) از حرکت دایره‌یی در حیات روزمره چه استفاده ای صورت می‌گیرد ؟
b) چند و سیلهٔ را که اجزای داخلی آن‌ها دارای حرکت دایره‌یی باشد، نام ببرید.

سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی

سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی را مانند آن‌چه در مورد تعریف سرعت لحظه‌یی در درس (2-3) خواندیم. تعریف می‌کنیم.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ویا

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

تمرین

موقعیت زاویه‌یی ذره‌ای که روی مسیر دایره‌یی حرکت می‌کند با رابطهٔ $\theta = 2t^2 + 6t$ داده شده است. (t بر حسب ثانیه و θ بر حسب رادیان)

الف) سرعت زاویه‌یی متوسط متحرک را در بین لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 2s$ حساب کنید.

ب) سرعت لحظه‌یی متحرک را در لحظهٔ $t_3 = 3s$ حساب کنید.



بحث کنید

جهت درک بهتر رابطهٔ سرعت زاویه‌یی متوسط و سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی چند مثال طرح کرده و با هم‌صنفان خود بحث و گفتگو کنید و نتیجه را به حضور معلم در صنف توضیح دهید.

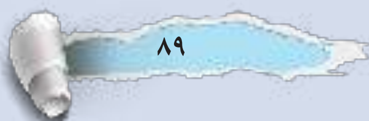
3-6: حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

هرگاه سرعت زاویه‌یی ذره‌ای که برروی مسیر دایره‌یی در حرکت است، ثابت باقی بماند، می‌گوییم که ذره حرکت دایره‌یی یک‌نواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌یی متوسط در هر وقفهٔ زمانی با سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی ذره برابر است.

$$\varpi = \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - 0}$$

و یا

$$\theta = \omega t + \theta_0 \text{..........} \quad .(3-36)$$



برای بررسی حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، در مرحلهٔ اول بایدکمیت‌های ذیل را تعریف کنیم:

پریود: مدت زمانی که ذره بر روی مسیر دایره‌یی یک دور مکمل را طی می‌کند، پریود نامیده می‌شود. پریود را با حرف T نمایش می‌دهند و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه است.

فریکونسی: تعداد دورهای ذره را دریک ثانیه فریکونسی می‌گویند. فریکونسی را با حرف لاتین نیو (ν) نمایش می‌دهند. واحد اندازه‌گیری فریکونسی $\frac{1}{s}$ و یا هرتز HZ است.

$$T = \frac{1}{\nu} \ldots\ldots\ldots \quad (3-37)$$

چون ذره در هر دور، 2π رادیان را طی می‌کند. بنابر این سرعت زاویه‌یی آن برابر است با:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \ldots\ldots\ldots \quad ..(3-38)$$



فعالیت

درگروه‌های خود پریود و فریکونسی را با هم مقایسه نمایید و جدولی زیر را تکمیل کنید.

متحرک	پریود	فریکونسی
الکترون به دور اتوم‌هایدروجن	10^{-17} ثانیه	$10^{17}\ Hz$ دور فی ثانیه
توربین آب برای تولید برق	0.33 ثانیه	$3.\overline{03}Hz$
زمین به دور محورش	$86400s$ ثانیه	$1.157\times10^{-5}\ Hz$ دور فی ثانیه
مهتاب به دور زمین	$29.7 = 2566080s$ روز	$3.897\times10^{-7}\ Hz$
زمین به دور آفتاب	$31536000s$	$3.17\times10^{-8}\ Hz$ دور فی روز

سرعت خطی در حرکت دایره‌یی

از این پیش دیدید که موقعیت متحرک را در سطح، وکتور مکان می‌توان مشخص کرد، شکل (3-2). اگر وکتور مکان ذره در لحظهٔ t_1 , $\vec{r}_1$ و درلحظهٔ t_2 , $\vec{r}_2$ باشد، تغییر موقعیت ذره در لحظهٔ زمان $\Delta t = t_2 - t_1$، برابر به $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ خواهد بود. ذره در این لحظهٔ زمان، قوس Δs را می‌پیماید. اگر لحظهٔ زمان بسیار کوچک باشد، قوس Δs کوچک می‌شود و می‌توان طول قوس $\overset{\frown}{\Delta s}$ را تقریباً با طول وتر مقابل آن یعنی $(\Delta\vec{r})$ برابر گرفت.



همچنان از این پیش دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطهٔ $\vec{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\ldots(3-32)$ به‌دست آورد و اندازهٔ سرعت لحظه‌یی نیزبا رابطهٔ زیرتعریف می‌شود:

$$\left|\vec{v}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta t}$$

و از آن جایی که در حالت لیمت، $\left|\Delta\vec{r}\right|=\Delta s$ انتخاب شده می‌تواند، پس داریم:

$$\left|\vec{v}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}\qquad\ldots\ldots\ldots.(3-39)$$

در ریاضی خوانده اید که زاویهٔ θ بر حسب رادیان برابر است با نسبت طول قوس مقابل آن زاویه بر شعاع دایره، یعنی: $\theta=\frac{s}{r}$ و یا

$$s=r\theta\ldots\ldots\ldots.(3-40)$$

بنا بر این با وضع نمودن قیمت Δs، رابطهٔ (3-39) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\;\Rightarrow\;=\frac{d(r\Delta\theta)}{dt}$$

$$\vec{v}=r\frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{v}=r\cdot\omega\ldots\ldots\ldots(3-41)$$



تحقیق کنید

استفاده کننده گان سرعت خطی در حرکت دایره‌یی چه کسانی اند و از آن در کدام موارد استفاده می‌کنند: در این باره در گروه‌های خود بحث نموده برای هم صنفان خود گزارش دهید.

مثال: یک چرخ بازی اطفال، افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌یی می‌گرداند، طوری که هر فرد حرکت دایره‌یی یک‌نواخت دارد. اگر دوران کننده درهر 10 ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر 5 متر باشد، سرعت زاویه‌یی و خطی هر شخص را در این دوران کننده محاسبه می‌نماییم.

حل: زمان دورهٔ چرخش $T=10s$ است. پس سرعت زاویه‌یی برابراست با:

$T=10s$

$r=5m$

$\omega=?$

$v=?$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}\,rad/s$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بودبا:

$$v=r\omega=5\cdot\frac{\pi}{5}=3.14\,m/s$$



سؤال

1 - طول عقربه‌های ساعت، دقیقه و ثانیه گرد یک ساعت دیواری به ترتیب $8cm$, $10cm$ و $12cm$ است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را سنجش کنید.

2 - متحرکی روی مسیر دایره‌یی شکل در مدت 4 دقیقه 600 دور می‌زند. سرعت زاویه‌یی، پریود و فریکونسی متحرک را حساب کنید.

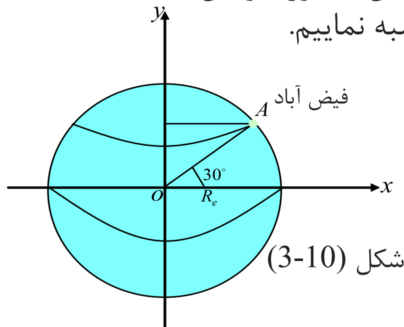


فکر کنید

سرعت زاویه‌یی حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یک‌سان است یا خیر؟(چرا؟)

مثال: شهر فیض آباد در مدار جغرافیایی $30°$ شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌یی و سرعت خطی شخص را که در این شهر زنده‌گی می‌کند، حساب کنید و شعاع زمین را هم $R_e = 6.4 \cdot 10^6 m$ در نظر بگیرید.

حل: با توجه به این که مدت دورهٔ مکمل چرخش زمین به دور خودش، 24 ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌یی هر نقطهٔ روی زمین را محاسبه نماییم.



شکل (3-10)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400 s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} = 7.27 \cdot 10^{-5} \, rsd/s$$

فاصلهٔ فیض آباد از محور چرخش زمین، با توجه به شکل (3-10)، برابر است با:

$$r = R_e \cos 30° \rightarrow \cos 30° = \sqrt{3/2}$$

$$r = 6.4 \times 10^6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5.53 \times 10^6 m$$

وسرعت خطی شخص در فیض آباد برابر است با:

$$v = r\omega = 5.53 \times 10^6 \times 7.27 \times 10^{-5} = 402.03 \, m/s$$



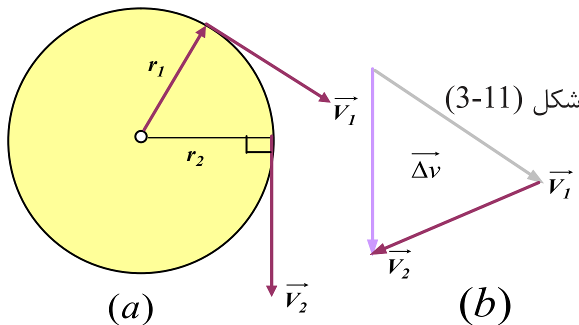
3-7: شتاب در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

ذره‌یی را در نظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌یی یک‌نواخت است، شکل (3-11-a). از این پیش دیدیم که وکتور سرعت در هر لحظه مماس برمسیر دایره است. اگر مکان ذره در لحظهٔ t_1 , $\vec{r_1}$ و در لحظهٔ t_2 , $\vec{r_2}$ باشد وکتورهای سرعت متحرک در این نقاط به ترتیب بر $\vec{r_1}$ و $\vec{r_2}$ عمود اند. وکتور $\Delta\vec{v}=\vec{v_2}-\vec{v_1}$ در شکل (3-11-b) رسم شده و دیده می‌شود. با وجود این که‌اندازهٔ وکتور سرعت ثابت است، اما به علت تغییر جهت وکتور سرعت $\Delta\vec{v}\neq 0$ شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطهٔ $\vec{a}=\frac{\left|\Delta\vec{v}\right|}{\Delta t}$ به‌دست آورد.

هنگامی‌که Δt به طرف صفر تقرب می‌کند، شتاب حرکت از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$a=\frac{v^2}{r}............(3-42)$$

$$a=r\omega^2...........(3-43)$$



شکل (3-11)

این شتاب را شتاب جذب به مرکز (Centripetal Acceleration) می‌گویند که جهت این شتاب به استقامت شعاع و متوجه مرکز دایره می‌باشد.

مثال: مهتاب تقریباً در مدت 29.7 روز، یک بار در مسیر تقریباً دایره‌یی به طور یک‌نواخت به دور زمین می‌گردد. شتاب جذب به مرکز مهتاب را به‌دست آورید. در صورتی‌که فاصله بین مرکز زمین و مهتاب $r=3.84\times10^8\,m$ باشد.

حل: با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، سرعت زاویه‌یی مهتاب عبارت است از:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times3.14}{29.7\times24\times3600}=\frac{6.28rad}{2566080s}=0.0000024473=2.44\times10^{-6}\frac{rad}{s}$$

به این ترتیب شتاب جذب به مرکز مهتاب برابر است با:

$$a=r\omega^2=3.84\times10^8\,m\times(2.44\times10^{-6}\frac{rad}{s})^2=3.84\times10^8\,m\times5.9536\times10^{-12}\frac{rad}{s^2}$$

$$a=22.861824\times10^{-4}\frac{m}{s^2}=2.28\times10^{-3}\frac{m}{s^2}$$





فعالیت

با اعضای گروه خود سنگی را با تار محکمی وصل کنید و در یک سطح قایم به دور دست خود بچرخانید و در مورد عدم سقوط آن به زمین با هم بحث کنید و نتیجه را در صنف گزارش دهید.

وقتی کتلهٔ m با سـرعت ثابت روی یک دایره حرکت می‌کند، شـتاب پیدا می‌کند که سمت آن متوجه مرکز دایره است.



سؤال

- در فعالیت بالا، اگر از سنگینی وزنه و اثر مقاومت هوا صرف نظر گردد، چه پیش می‌شود؟
- هنگام اجرای فعالیت، اگرتار ناگهان کنده شود، چه حادثه رخ حواهد داد؟
- کرهٔ زمین در هر 24 ساعت یک بار به دور محور خود می‌چرخد. سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز در کدام نقاط سطح زمین بیش‌ترین مقدار را دارد؟ اگرشعاع کرهٔ زمین را 6400km در نظر بگیریم، بیش‌ترین سرعت خطی و شتاب جذب به مرکز را حساب کنید.

دینامیک حرکت دایره‌یی یک‌نواخت

در بخش قبلی دیدیم که در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، شتاب جسم در استقامت شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنا بر قانون دوم نیوتن قوه و شتاب هم جهت اند، بنابراین درحرکت دایره‌یی یک‌نواخت، محصلهٔ قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع و به طرف مرکز است که این قوهٔ وارد بر جسم را در حرکت دایره‌یی قوهٔ جذب به مرکز (centifugle force) می‌نامند. با توجه به رابطه‌های قانون دوم نیوتن، این قوه در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت بر حسب سرعت خطی به صورت ذیل در می‌آید.

$$F = \frac{mv^2}{r} \text{............}(3-44)$$

و بر حسب سرعت زاویه‌یی $F = mr\omega^2 \text{............}(3-45)$

در این را بطه، F مقدار محصلهٔ قوه‌های وارد بر جسم در استقامت شعاع دایره است.



فعالیت

فلاخن را به دست خود بگیرید و در بین کاسهٔ فلاخن، سنگ کوچکی به کتلهٔ 4 الی 8 گرامه را بگذارید و به دور دسـت خود (درصحن مکتب) دوران بدهید. سـپس در وقت دوران، یک دسـتهٔ فلاخن را رها سـازید و با اعضای گروه خود در مورد علت فرار نمودن سـنگ موصوف با هم بحث و نتیجه را به حضور معلم خود توضیح دهید.

مثال: مهره‌یی به کتلهٔ 20g را به نخی می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقهٔ کوچکی وصل می‌کنیم. سپس حلقه را مطابق شکل (3-12-a) با میخ کوتاهی در وسط یک میز نصب می‌کنیم. (از قوه اصطکاک مهره با میز صرف نظر شده است). فاصلهٔ مهره از میخ 25cm است.

بایک ضربهٔ که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌یی به حرکت در می‌آوریم.

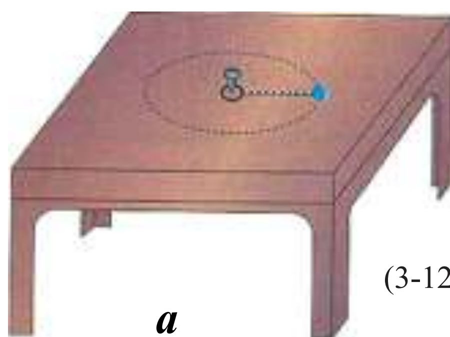
حال قوه‌های وارد بر مهره را با رسم یک شکل مشخص کنید.

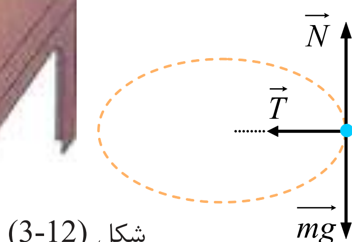
اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، اندازهٔ قوهٔ کشش نخ را حساب کنید.

حل: در شکل (3-12-b)قوهٔ وزن وقوهٔ عمودی بر تکیه‌گاه در جهت قایم بالای جسم اثرمی‌کنند که محصلهٔ این دو قوه صفر است، یعنی:

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$





شکل (3-12)

a b

تنها قوهٔ کشش نخ می‌ماند که در این‌جا همان قوهٔ جذب به مرکز یعنی $F = T = \frac{mv^2}{r}$ است.

سرعت زاویه‌یی برابر است با: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \, rad/s$

و سرعت خطی نیز برابر است با: $v = r\omega = 0.25 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} = 1.57 \, m/s$

قوه کشش نخ برابر است با: $T = m\frac{v^2}{r} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{1}{0.25} \cong 0.2N$



سؤال

در هر یک از موارد زیر قوهٔ جذب را مشخص کنید.

1 - در حرکت لباس‌هایی که درماشین لباس شویی می‌چرخند.

2 - در گردش الکترون به دور هسته.

3 - درگردش سیاره‌ها به دور آفتاب.



خلاصهٔ فصل سوم

- موقعیت جسم در حرکت دو بعدی با وکتور $\vec{r}$ نمایش داده می‌شود که می‌توان آن را به شکل زیر نوشت: $\vec{r} = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j}$

از رابطه دیده می‌شودکه وکتور موقعیت تابعی از زمان t است.

- سرعت متوسط جسم درحرکت دو بعدی به صورت زیر می‌باشد: $\bar{\vec{v}} = (\bar{v}_x)\vec{i} + (\bar{v}_y)\vec{j}$

- سرعت لحظه‌یی، عبارت از لیمت سرعت متوسط است وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب نماید یا به عبارت دیگر، سرعت لحظه‌یی، مشتق وکتور مکان جسم نسبت به زمان است.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} (\bar{\vec{v}}) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \text{ویا} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = (v_x)\vec{i} + (v_y)\vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط را در انتروال زمانی Δt به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\bar{\vec{a}} = (\bar{a}_x)\vec{i} + (\bar{a}_y)\vec{j}$$

- وکتور شتاب متوسط $\bar{a}$ با $\Delta \vec{v}$ هم جهت است.

- شتاب لحظه‌یی در لحظهٔ t_1 را می‌توان به صورت لیمت شتاب متوسط نوشت، وقتی‌که Δt به طرف صفر تقرب نماید، یعنی: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}(\bar{\vec{a}}) = \lim_{\Delta t \to 0}(\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

- شتاب لحظه‌یی را با استفاده از مفهوم مشتق نیز چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = (a_x)\vec{i} + (a_y)\vec{j}$$

- در حرکت‌های پرتابی، مسیر حرکت جسم پرتاب شونده در فضا، عبارت از یک پارابول می‌باشد.

- معادلات حرکت در پرتاب افقی عبارت اند از: $x = v_0 t$

و $y = \frac{1}{2} g t^2$

- در پرتاب مایل، مرکبه‌های شتاب به صورت زیر می‌باشد. $a_x = 0$ و $a_y = -g$

- معادلات x و y به عنوان تابعی از زمان t، در حرکت‌های پرتابی عبارت اند از:

$$x = (v_0 \cos\hat{\alpha})t \qquad y = \frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\hat{\alpha})t$$



- فاصلهٔ افقی را که جسم پرتاب شده در پرتاب مایل طی‌می‌کند، تا دوباره به ارتفاع اولیهٔ پرتاب برگردد عبارت از Range جسم پرتاب شونده می‌باشد و چنین افاده می‌شود:

$$R=\frac{v_0{}^2\sin 2\hat{\alpha}}{g}$$

- نقطهٔ اوج (ارتفاع اعظمی) درحرکت پرتابی، بالا ترین نقطه‌یی است که جسم پرتاب شونده به آن می‌رسد که با حرف H نمایش داده می‌شود: $H=\frac{v_0^2\sin^2\hat{\alpha}}{2g}$

- زمان رسیدن جسم پرتاب شده به نقطهٔ اوج عبارت است از: $t=\frac{v_0\sin\hat{\alpha}}{g}$

- سرعت زاویه‌یی متوسط ذره درحرکت دایره‌یی به صورت نسبت تغییر موقعیت زاویه‌یی به زمان آن تعریف می‌شود. یعنی:

$$\overline{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- سرعت زاویه‌یی لحظه‌یی رامی‌توان به صورت زیر با استفاده از مفهوم مشتق و لیمت نوشت: $\omega=\frac{d\theta}{dt}$ ویا $\omega=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

- در حرکت دایره‌یی یک‌نواخت، سرعت زاویه‌یی ذره‌یی که بر روی مسیر دایره حرکت می‌کند، ثابت باقی می‌ماند.

- پریود، عبارت از مدت زمانی است که در آن ذره بر روی مسیر دایره‌یی، یک دور مکمل را طی می‌کند و با حرف T نمایش داده می‌شود.

- فریکونسی، عبارت از تعداد دورهای ذره در واحد وقت است که با حرف لاتین ν نمایش داده می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن $\frac{1}{s}$ و یا HZ (هرتز) می‌باشد.

- رابطهٔ پریود (T) و فریکونسی (ν) به صورت زیر می‌باشد:

$$T=\frac{1}{\nu}$$



سؤال‌های فصل سوم

1 - معادلۀ حرکت جسمی‌در سیستم SI به صورت $x = t^3 - 3t^2$ است. مطلوب است:

a) اندازۀ سرعت متوسط جسم در انتروال زمان 1 تا 2 ثانیه

b) اندازۀ سرعت متحرک در لحظۀ $t = 4s$

c) اندازۀ شتاب متوسط متحرک در انتروال زمانی 2 تا 5 ثانیه

b) اندازۀ شتاب متحرک در لحظۀ $t = 4s$

2 - موتری در مقابل چراغ سرخ ایستاده است. با سبز شدن چراغ، موتر باشتاب $2 m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه یک موتر لاری با سرعت ثابت $36 km/h$ از کنار آن عبور می‌کند.

a) گراف‌های $(x-t)$ و $(v-t)$ را برای موتر و لاری رسم کنید.

b) پس از چه مدتی، موتر به لاری می‌رسد؟

3 - وکتورهای موقعیت (مکان) متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 5s$ و $t_2 = 25s$ به ترتیب $\vec{r_1} = 2\vec{i} + 14\vec{j}$ و $\vec{r_2} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ است. اندازۀ سرعت متوسط ذره را بین دولحظۀ t_1 و t_2 به‌دست آورید و با رسم یک گراف، جهت $\vec{\bar{v}}$ را نشان دهید.

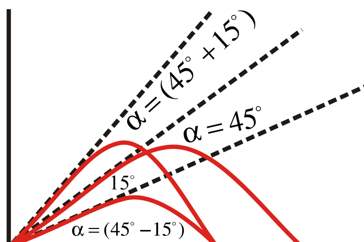
4 - معادلۀ حرکت جسمی‌توسط دورابطۀ زیر در SI داده شده است.

$$x = 6t \quad \text{و} \quad y = 2t^2 + 1$$

a) معادلۀ سرعت آن را بنوسید و اندازۀ سرعت را در $t = 2s$ به‌دست آورید.

b) معادلۀ مسیر حرکت را به‌دست آورید.

5 - گالیله در یکی از کتاب‌های خود می‌نویسد: «برای زاویه‌های پر تابی که به یک اندازه از زاویهٔ 45° بیشتر یا کمتر اند، رنج‌ها (بُردها) مساوی اند...» آیا در شکل زیر، درستی این گفته را دیده می‌توانید؟ شما نیز با ترسیم زوایای پرتابی انتخابی دیگر درستی گفته را تحقیق کنید.



6 - از روی یک پل به ارتفاع 20 متر بالای سطح آب یک رود خانه، جسمی‌را به طور افقی با سرعت $30m/s$ پرتاب می کنیم.

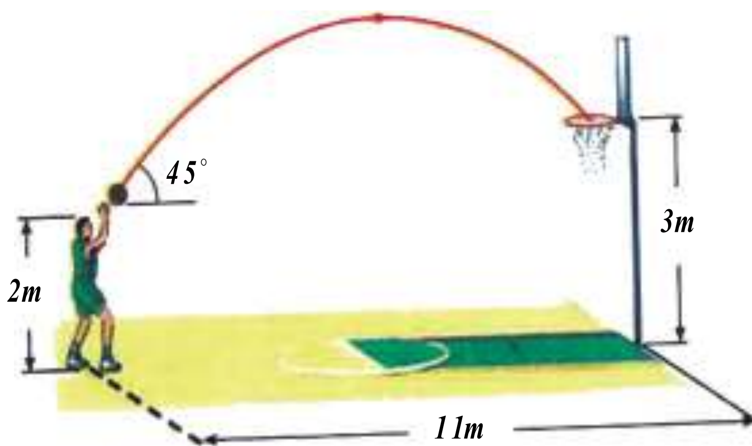
a) چه مدت زمانی طول می‌کشد تا جسم به آب برخورد کند؟

b) فاصلهٔ افقی نقطهٔ برخورد به آب تا نقطهٔ پرتاب چقدر است؟

c) اندازهٔ سرعت برخورد با آب، چقدر است؟

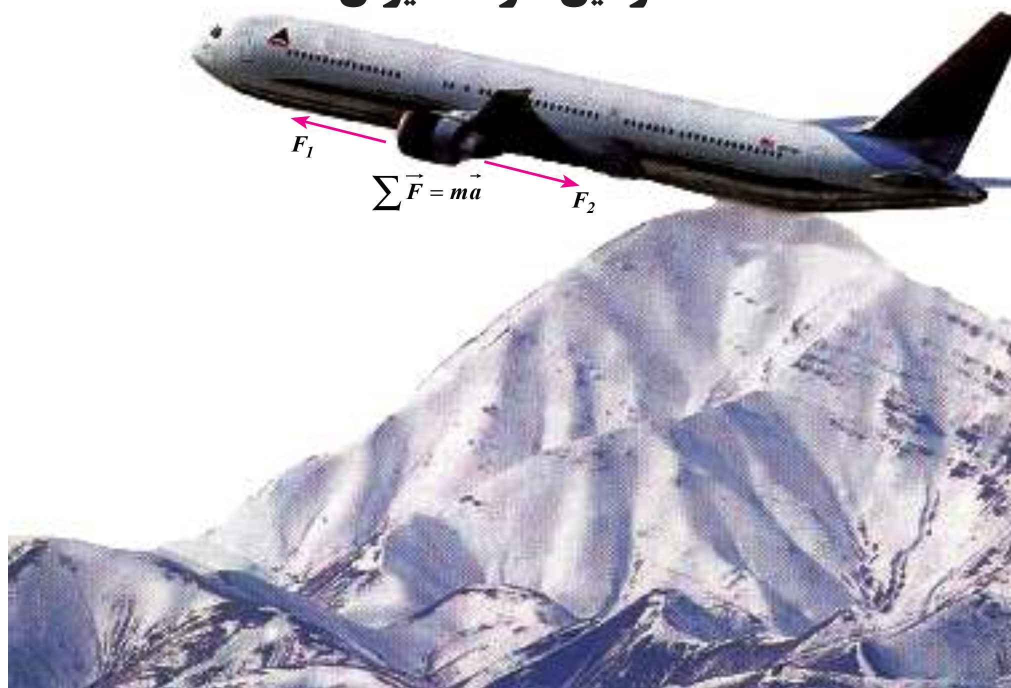
7 - در شکل زیر، سرعت اولیهٔ توپ را طوری حساب کنید که توپ داخل سبد بیفتد.

$$(g = 10m/s^2)$$



فصل چهارم

قوانین حرکت نیوتن



در فصل دوم با کمیت‌هایی مانند موقعیت، تغییر موقعیت، سرعت، شتاب و . . . آشنا شدیم و با تعریف این کمیت‌ها حرکت را توصیف کردیم. خواندیم که ممکن است حرکت با سرعت ثابت انجام شود و یا ممکن است حرکت جسم شتاب‌دار باشد و در نتیجه، سرعت تغییر کند.
اما از طرح و پاسخ به پرسش‌هایی مانند: در چه صورتی یک جسم ساکن می‌ماند؟ چگونه می‌توان جسم ساکنی را به حرکت در آورد؟ چه عاملی باعث تغییر سرعت جسم می‌شود؟ چه عاملی باعث تغییر در حرکت و به طور کلی چه عاملی باعث تغییر در وضعیت جسم می‌شود؟ و . . . خود داری کردیم . در این فصل به بررسی پرسش‌های بالا می‌پردازیم و به این منظور، قوانین حرکت نیوتن را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و سپس ساحه‌های تطبیق این قوانین را در زنده گی روزمره مورد بررسی قرار می‌دهیم. توقع می‌رود که شما در ختم این فصل دربارۀ موضوع‌های زیر معلومات لازم حاصل نمایید.

- قوانین سه گانۀ نیوتن
- انواع قوۀ اصطکاک و کار برد آن در زنده گی روزمره
- قانون جاذبۀ نیوتن
- چگونه گی حرکت لفت
- مدار دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

4-1: قانون اول نیوتن

عطالت (انرشیا)

از گذشته می‌دانیم که وقتی در موتر ساکنی نشسته اید و موتر ناگهان شروع به حرکت می کند، به عقب رانده می‌شوید و اگر در موتری در حال حرکت نشسته با شید، در توقف ناگهان، به سمت جلو پرتاب می‌شوید. آیا تا حال از خود پرسیده اید که دلیل و قوع این حادثه چیست؟ شما زمانی می توانید به این پرسش پاسخ بدهید که قبول نمایید هرجسم دارای عطالت (انرشیا) است. عطالت عبارت از مقاومتی است که یک جسم در مقابل هر حرکت به شمول حالت سکون از خود نشان می‌دهد، و یا به عبارهٔ دیگر، هیچ جسمی‌مایل نیست که حالت حرکت و یا سکون خود را تغییر دهد. هر گاه به جسمی‌هیچ نوع قوهٔ خارجی اثر ننماید، جسم مذکور حالت خود را حفظ می کند، یعنی اگر جسم در حالت حرکت باشد به حرکت مستقیم الخط منظم خود ادامه می‌دهد و اگر در حالت سکون باشد، حالت سکون خود را حفظ می کند. حال با دانستن مفهوم عطالت به بررسی پرسشی که در ابتدای این درس به عمل آمد، می‌پردازیم. هر گاه شخصی در بین موتری که در حالت سکون است، ایستاده باشد و موتر به یکباره گی شروع به حرکت نماید، شخص مذکور به طرف عقب پرتاب می‌شود، زیرا پاهای شخص مذکور با موتر شروع به حرکت نموده، ولی بدن آن که به موتر تکیه نداردنظر به خاصیت عطالت، میل دارد، حالت سکون خود را حفظ نماید. بعد از برقراری حالت تعادل یعنی زمانی که موتر حرکت یک‌نواخت مستقیم الخط را به خود اختیار نماید،دیگر شخص در بین موتر احساس حرکت نمی‌نماید، زیرا تمایل ندارد که به حرکتش توقف دهد. اگر موتر ناگهان برک بگیرد، دیده می‌شود که شخص به طرف جلو پرتاب می‌شودو سبب آن این است که پاهای شخص تابع موتر ساکن وبدن آن نظر به خاصیت عطالت مایل است به حرکت خود ادامه دهد.



فعالیت

مواد ضروری: کاغذ (مقوا)، سکه، ظرف شیشه‌یی یا گیلاس

طرزالعمل: کاغذ را روی ظرف شیشه‌یی قرار دهید و برروی کاغذ سکه را قرار دهید، سپس مراحل زیر را انجام دهید:

1) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت زیاد کش کنید.

2) کاغذ را موازی با مستوی آن با سرعت کم کش کنید.

در هر دو مرحله آن‌چه را که اتفاق افتاده است، یادداشت کنید و در گروه‌های مختلف صنفی بحث کنید، و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

حال که بیشتر به مفهوم عطالت (انرشیا) پی بردید، به مطالعهٔ قانون اول نیو تن می‌پردازیم:

نیو تن، دانشمند انگلیسی با آگاهی از نظریه های دانشمندان قبل از خود، موفق شد قانون‌های حرکت را که امروز به نام خود او (قانون‌های نیوتن در بارهٔ حرکت) یاد می‌شود، بیان نماید. وی قانون اول رادر کتاب خود چنین بیان کرده است:

« یک جسم حالت سکون و یا حرکت یک‌نواخت روی خط مستقیم خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که تحت تأثیر قوه‌یی، مجبور به تغییر حالت آن شود».

از قانون اول نتیجه می‌گیریم که اگر به جسمی قوه وارد نشود، چنانچه ساکن باشد، ساکن باقی می‌ماند واگر در حرکت باشد به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد. با توجه به آن‌چه که گفته شد، به قانون اول نیوتن، قانون عطالت (انرشیا) نیز می‌گویند. به جسم‌های اطراف خود نگاه کنید، آیا می‌توانید جسمی را پیدا کنید که به آن قوه وارد نشود؟، تا بتوان قانون اول نیوتن را به‌طور کامل تطبیق کرد. چون به همهٔ جسم‌ها قوهٔ وزن وارد می‌شود، در نتیجه نمی‌توان جسمی‌را یافت که به آن قوه وارد نشود. امروز ه دانشمندان از قانون اول نیوتن برای فرستادن ماهواره‌ها و سفینه‌های فضایی به خارج از زمین استفاده می‌کنند. وقتی سفینه به‌اندازهٔ کافی از زمین دورمی‌شود، با ماشین خاموش و با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. (چرا ؟)

4-2: قانون دوم نیوتن

در قانون اول نیوتن خواندیم که جسم حالت سکون خود را حفظ می‌کند، در صورتی‌که بالای آن قوه‌یی عمل ننماید و یا بر عکس، اگر جسم در حرکت باشد و بالای آن قوه‌یی عمل ننماید، جسم حالت حرکت ثابت خود را برروی خط مستقیم حفظ می‌کند. اما بین قوهٔ وارده بر جسم، کتله و شتاب حرکت چه را بطه ای وجود دارد؟ ما در حیات روزمره مشاهده می‌نماییم، که برای به حرکت در آوردن یک جسم بزرگ نسبت به یک جسم خورد به قوهٔ بیشتری ضرورت است. هم‌چنان می‌دانیم که به عین قوه می‌توان جسم کوچکی را نسبت به جسم بزرگی، سریع‌تر حرکت داد. از این‌جا نتیجه می‌شود که بین شتاب اجسام، کتله و قوه‌یی که بالای اجسام تطبیق می‌شود، ارتباط وجود دارد. رابطه بین قوهٔ وارده برجسم، کتله و شتاب حرکت جسم موضوع قانون دوم نیوتن است. قانون دوم نیوتن بیان می‌دارد که «اگر به یک جسم قوه‌هایی واردشود، جسم شتابی می‌گیرد که با محصلهٔ قوه‌های واردبر جسم نسبت مستقیم داردو با آن هم جهت است و با کتلهٔ جسم نسبت معکوس دارد». اگر کتلهٔ جسم، m و قوه‌های وارده برآن، $\vec{F}$باشد، قانون دوم نیوتن با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \quad \text{و یا} \quad \vec{F}=m\cdot\vec{a}$$



واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتن (N) است که از رابطهٔ بالا تعریف می‌شود. اگر در این رابطه، کتله بر حسب کیلوگرام (kg) و شتاب بر حسب متر بر مربع ثانیه(m/s^2) باشد، قوه برحسب $kg \cdot m/s^2$ حساب می‌شود که آن را نیوتن (N) می‌نامیم. بنابراین «یک نیوتن، مقدارقوه‌یی است که اگر به جسمی‌با کتلهٔ یک کیلوگرام وارد شود، به آن شتابی برابر با یک متر فی ثانیه مربع می‌دهد».

مثال: جسمی‌دارای کتلهٔ $20kg$ باشتاب $1.5 m/s^2$ در حرکت است. محصلهٔ قوه‌های وارده بر جسم چند نیوتن است؟

حل: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow 1.5 = \frac{F}{20} \Rightarrow F = 1.5 \times 20 = 30\ N$

مثال: به هریک از کتله‌های $m_1 = 5\ kg$ و $m_2 = 12\ kg$ قوهٔ $15\ N$ واردمی‌کنیم، شتاب هریک از دو کتله را حساب می‌نماییم.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

حل: $a_2 = \frac{15}{12} = 1.25 m/s^2$ و $a_1 = \frac{15}{5} = 3 m/s^2$



سؤال

چه مقدار قوه لازم است تا موتری با کتلهٔ $1500\ kg$ را که با سرعت $100 km/h$ در حرکت است، پس از طی مسافهٔ $55m$ متوقف کند؟

4-3: قانون سوم نیوتن

قانون اول نیوتن، وضعیت جسم را در عدم موجودیت قوه وقانون دوم، وضعیت آن را وقتی تحت تأثیر قوه است، توصیف می‌کند. اما این قانون‌ها مشخص نمی‌کنند که قوهٔ وارده بر جسم از کجا به آن وارد می‌شود؟ قانون سوم نیوتن به بررسی همین مسأله می‌پردازد که قوهٔ وارده به جسم از کجا به آن وارد می‌شود. اگر به فعالیت‌های روزمرهٔ خود به طور دقیق نگاه کنیم، می‌بینیم که همواره یک جسم به جسم دیگر قوه وارد می‌کند.



شکل (1-4) چکش قوه‌ای را به میخ وارد می‌کند و میخ نیز در خلاف جهت قوهٔ چکش، به چکش قوه وارد می‌کند.

بازیکن فوتبال، با پا به توپ ضربه می‌زند، یعنی با پا به توپ قوه وارد می‌کند. شخصی که یک جسم را روی زمین می‌کشد، به آن قوه وارد می‌کند و یا چکشی که به میخ کوبیده می‌شود، بر میخ قوه واردمی‌کند و . .. نیوتن با بیان قانون سوم، مشخص می‌کند که قوه بریک جسم همیشه از طرف جسم دیگر وارد می‌گردد و علاوه بر آن معلوم می‌کند که وارد کردن قوه، عمل یک طرفه نیست؛ بلکه هم‌واره عمل دو طرفه است.

قانون سوم نیوتن بیان می‌دارد که «هر گاه جسمی‌به جسم دیگر قوه وارد می‌کند، جسم دوم هم به جسم اولی قوه‌یی برابر (مساوی)، ولی در خلاف جهت به آن وارد می‌کند». اگر قوه‌یی راکه جسم اول به جسم دوم وارد می‌کند، قوۀ (عمل) بنامیم، قوۀ جسم دوم که بر جسم اول وارد می‌شود، قوۀ (عکس‌العمل) خواهد بود.

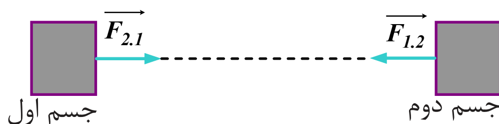


شکل (2-4) اگر دست شما به لبۀ میز قوه وارد کند، لبۀ میز نیز به همان اندازه ولی در خلاف جهت به دست شما قوه وارد می‌کند.



در شکل(3-4) قوۀ $\vec{F}_{1.2}$ (قوه‌یی که جسم اول به دوم وارد می‌کند) قوۀ عمل و قوۀ $\vec{F}_{2.1}$ (قوه‌یی که جسم دوم به جسم اول وارد می‌کند) عکس العمل آن است.

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1} \Rightarrow F_{1.2} = F_{2.1}$$



شکل (3-4)

برای شناختن قوه‌های عمل و عکس العمل توجه کنید که : این دو قوه هم‌واره هم اندازه و در جهت‌های مخالف یک‌دیگر اند.

بیشتر بدانید

یکی ازکاربردهای مهم قانون سوم نیوتن عبارت از پرتاب سفینه‌های فضایی از سطح زمین به طرف فضا می‌باشد.

سفینهٔ فضایی توسط گازی که از ماشین آن خارج می‌شود، به طور عمود به سطح زمین قوه وارد می‌کند وبر اساس قانون سوم نیوتن، گاز خارج شده از ماشین سفینه نیز قوه‌یی هم اندازه ولی در خلاف جهت (به طرف بالا) به سفینهٔ فضایی وارد می‌کند.



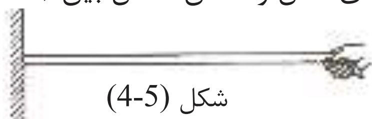
شکل (4-4)



بحث کنید

درگروه‌های مختلف صنفی در مورد این‌که «چه دلیل باعث می‌شود تا موتر به سمت جلو حرکت کند» بحث کنید و نتیجهٔ مباحث خود را به صنف گزارش دهید.

مثال: مطابق شکل (4-5)، یک سرطنابی را به دیوار محکم کرده و سر دیگرش را با دست خودکش می‌کنیم. اگر طناب از دیوار جدا نشود، قوه‌های عمل و عکس العمل بین (دست و طناب) و (دیوار و طناب) را مشخص کنید.



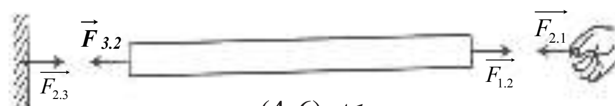
شکل (4-5)

حل:

در قسمت‌های مختلف شکل، قوه‌های بین دست، طناب و دیوار نشان داده شده است. در این شکل‌ها، دست را جسم 1، طناب را جسم 2 و دیوار را جسم 3 نام‌گذاری کرده‌ایم:

$$\vec{F}_{1.2} = -\vec{F}_{2.1} \quad \text{عمل و عکس العمل} \Rightarrow \quad F_{1.2} = F_{2.1}$$

$$\vec{F}_{2.3} = -\vec{F}_{3.2} \quad \text{عمل و عکس العمل} \Rightarrow \quad F_{2.3} = F_{3.2}$$



شکل (4-6)



فعالیت

جسمی‌را به یک سر فنری وصل کرده و فنر را از سر دیگر آن آویزان می‌کنیم،
اگر سیستم (جسم – فنر) در حال سکون باشد:
a) قوه‌های وارد بر جسم را مشخص کنید.
b) عکس العمل این قوه‌ها را مشخص کنید و
توضیح دهید که هر کدام به چه جسمی‌واردمی‌شوند؟



شکل (4-7)

قوهٔ عمودی تکیه گاه

جسمی‌را در نظر بگیرید که مطابق شکل (4-8)، برروی سطح افقی میزی به حال سکون قرار دارد، در این وضعیت چه قوه‌هایی به جسم وارد می‌شود؟



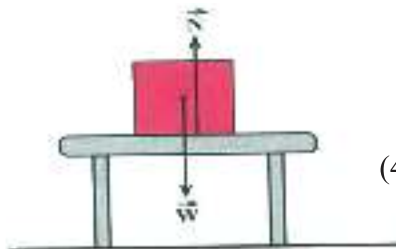
شکل (4-8)

اگر کتلهٔ جسم برابر با m باشد، قوهٔ وزن جسم $w = mg$ از طرف زمین به جسم وارد می‌شود و آن را به سوی پایین می‌کشد. پس چرا جسم به طرف پایین حرکت نمی‌کند؟

چون جسم ساکن است، شتاب حرکت آن صفر است؛ یعنی ($a = 0$). از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که محصلهٔ قوه‌های وارد بر جسم صفر است ($F = ma = 0$) در نتیجه، باید قوه‌یی مساوی با وزن جسم؛ اما در خلاف جهت به آن عمل کند تا با خنثی کردن قوهٔ وزن، مانع از شتاب گرفتن جسم شود.

در شکل (4-9)، قوه‌های وارد بر جسم نشان داده شده‌اند. قوهٔ N، که از طرف میز بر جسم وارد می‌شود آن را «قوهٔ عمودی تکیه‌گاه» می‌نامیم. که با استفاده از قانون دوم نیوتن، می‌توان نوشت:

$$F = ma = 0$$
$$N - W = 0$$
$$N = W$$



شکل (4-9)

اکنون فرض کنید، مطابق شکل (4-10)، قوه‌یی به اندازهٔ F را به طور عمود و به طرف پایین بر جسم وارد می‌کنیم. آیا قوهٔ عمودی تکیه‌گاه که میز بر جسم وارد می‌کند، تغییر می‌کند؟

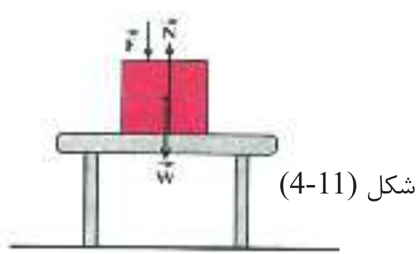
قوه‌های وارد بر جسم را در شکل (4-11) نشان داده‌ایم، چون شتاب جسم صفر است، در نتیجه بر اساس قانون دوم نیوتن می‌توانیم بنوسیم:

$$F = ma = 0$$

$$N - F - W = 0$$

$$N = F + W$$


شکل (4-10)


شکل (4-11)

بنا براین قوهٔ عمودی تکیه‌گاه، به‌اندازهٔ (F) افزایش یافته است.



فعالیت

بر روی یک ترازوی فنری ایستاد شوید و عددی را که ترازو در حالت‌های زیر نشان می‌دهد، بخوانید.

a) ساکن روی ترازو ایستاده اید.

b) در حالی‌که روی ترازو ایستاده اید، با دست خود به میزی که در کنار تان است، تکیه می‌کنید.

4-4: تطبیق قوانین نیوتن



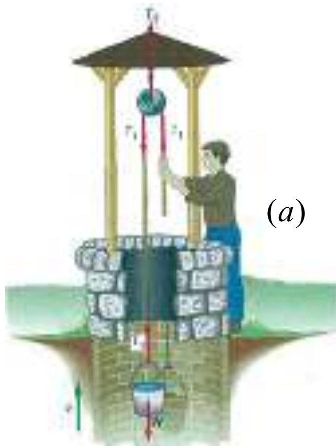
در تصویر، شخصی‌که به ریسمان آویزان شده است، ممکن هرگز دربارهٔ قوانین نیوتن فکر نکند، اما قوانین مذکور بالایش در هر لحظه از کوشش‌هایی که برای در تعادل نگه‌داشتن وجودش در ریسمان به‌کار می‌برد، دخیل و اثر گذار هستند. او بر قوه‌های که بالای ریسمان برای مقاومت کردن به مقابل وزنش عمل می‌کنند و هم‌چنان به آن قوه‌ها که توسط چرخ‌ها به سمت‌های مطلوب موجه شده‌اند باورمند است او می‌تواند ذهنش را در موجودیت قوهٔ ذاتی اصطکاک که بین دستانش و ریسمان عمل می‌کند، انکشاف دهد.

ما با همهٔ حوادث در زنده‌گی روزمره، فهمیده یا نفهمیده تابع قوانین حرکت نیوتن هستیم. شما نمی‌توانید با سرپیچی از اصول این قوانین اعضای بدن خود را حرکت دهید، موتری را برانید ویا توپی را بالا پرتاب نمایید و ... خلاصه این‌که تمام قوانین برای هستی ما توسط همین سه بیان اساسی که توضیح کنندهٔ سه قانون حرکت نیوتن و مربوط به ماده و حرکت آن می‌باشد، محصور شده است. قوانین نیوتن به طور شگفت آوری در کهکشان‌ها، سیاره‌ها و حتا در افتادن یک سیب از درخت همانا به طور ساده و طبیعی به نظر می‌خورند، در حالی‌که این قوانین در تمام حوادث زنده‌گی روزمرهٔ ما قابل تطبیق بوده و مطالعهٔ عوامل حرکت پیچیده‌ترین اسرار عالم هستی را به ما می‌شناساند. امروز ما تا هنوز قوانین نیوتن را در تمام بخش‌های فزیک، اساسی و ضروری می‌دانیم و بهتر است، بگوییم که این قوانین می‌توانند برای توضیح و تحلیل علم حرکت، عالی‌ترین مهر صحت بگذارند؛ ولی نه مکمل ترین. اگر چه در اوایل قرن بیستم فزیکدان‌ها کشف کردند که قوانین نیوتن فقط برای اجسامی‌که سرعت آن‌ها کم‌تر و یا نزدیک به سرعت نور باشد و هم‌چنان برای اجسامی‌که کتله‌های شان از لحاظ اندازه بزرگ‌تر و یا برابر به اتوم‌ها باشند، قابل تطبیق است. ولی در تجربه‌های روزمرهٔ انسان‌ها تاکنون هم قوانین نیوتن حوزهٔ نهایت وسیعی برای تطبیق دارد. قوانین حرکت نیوتن بر انواع زیاد سیستم‌ها چنانکه در مباحث قبلی مطالعه کردید، تطبیق شده می‌تواند. در این بحث انواع قوه‌های جدید در سیستم‌های جدید را که قوانین نیوتن می‌تواند بالای جسم‌های در حال حرکت در مسیرهای مختلف قابل تطبیق باشد مطالعه خواهد کرد.

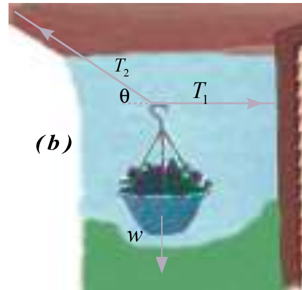
آن‌چه گفته شد نمونه مثال‌های محدودی از موارد بی‌شمار تطبیق قوانین نیوتن در جهان به حساب می‌آیند.

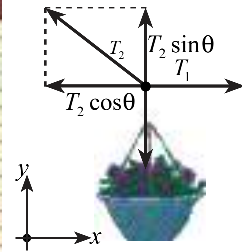
تطبیق قانون نیوتن در تعادل انتقالی جسم‌ها

وقتی می‌گوییم جسم در تعادل انتقالی است، معنای این را می‌دهد که محصلهٔ قوه‌های وارده بالای آن جسم صفر است، یعنی $\sum \vec{F} = 0$ از قانون دوم نیوتن بیانیهٔ بالا معادل به این است که بگوییم شتاب جسم صفر است. در سیستم‌های دو بعدی تعادل انتقالی در دو بعد به طور مستقل تطبیق می‌شود، یعنی $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$ چنانکه می‌دانید، اجسامی‌که دو نوع حرکت (خطی و دورانی) دارند، در آن‌ها تعادل دورانی به همان اندازه مهم است که تعادل انتقالی در آن‌ها حایز اهمیت است. حال وقتی از تعادل نام می‌بریم، منظور ما تعادل انتقالی است. شکل‌های زیر مثال‌های مختلفی را از تعادل انتقالی نشان می‌دهند.



(*a*)



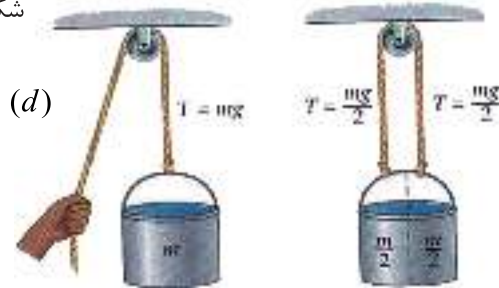


شکل (4-12)

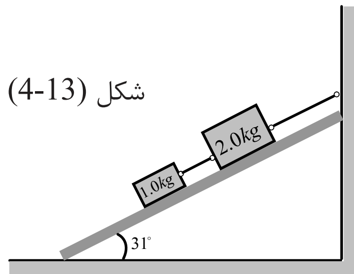
(*c*)



(*d*)



در شکل (4-13) تطبیق قانون نیوتن را در بحث تعادل انتقالی روی یک سطح مایل به حیث یک مثال عمومی‌مطالعه می‌کنیم. در این شکل دیده می‌شود که دو بلوک توسط یک تار باهم وصل شده‌اند و هر دو از انجام تار دیگر به دیوار بسته شده‌اند.



شکل (4-13)

اکنون در این شکل با استفاده از قانون دوم نیوتن و شرط تعادل انتقالی، اگر کتلهٔ بلوک پایینی $1.0kg$ و کتلهٔ بلوک بالایی $2.0kg$ و زاویهٔ داده شدهٔ نشیب سطح مایل 31° باشند، قوهٔ کشش تار را در وضعیت‌های زیر به‌دست آرید.

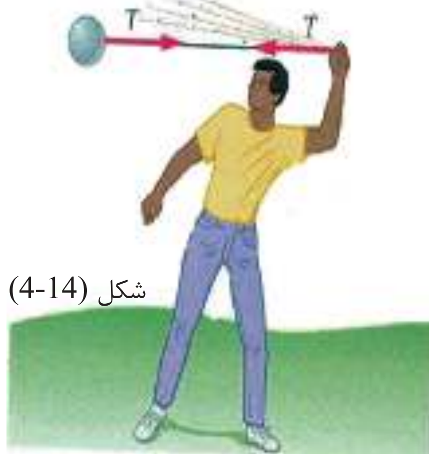
a- کشش تاری که بین هر دو بلوک اتصال دارد.

b- کشش تاری که به دیوار بسته شده است.

تطبیق قانون دوم نیوتن در حرکت دایره‌یی

براساس قانون دوم نیوتن، اگر بالای یک جسم متحرک کدام قوه عمل نکند، جسم به سرعت و سمت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد، یعنی برای تغییر دادن سرعت و یا جهت حرکت یک جسم، یک قوه ضروری است. به طور مثال اگر موتری را روی یک مسیر دایره‌یی با سرعت ثابت می‌رانید، جهت حرکت موتر به طور دوامدار در هر لحظه تغییر می‌نماید. برای تغییر دادن این جهت، یک قوه باید بالای موتر عمل کند. ما می‌خواهیم دو چیز را دربارهٔ قوه‌یی که سبب حرکت دایریی می‌گردد، مطالعه کنیم،

یکی سمت این قوه و دیگری مقدار آن. در نخست بیایید سمت این قوه را مطالعه کنیم. فرض می‌کنیم یک توپی که با یک تار بسته شده مطابق شکل (4-14) با حرکت دایره‌یی بالای سر ما می‌چرخد. وقتی‌که شما توپ را دور می‌دهید، یک قوهٔ کشش را در تار احساس می‌کنید که دست شما را به سمت بیرون کش می‌کند. آشکارا در انجام دیگر تار که به توپ اتصال دارد این قوهٔ کشش به سمت مخالف؛ یعنی به طرف مرکز دایره عمل می‌کند که به طور خلاصه چنین می‌توان گفت:

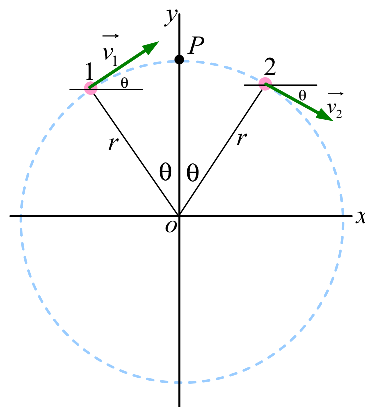


شکل (4-14)

(برای این‌که یک جسم بتواند با سرعت ثابت روی یک دایره حرکت نماید، یک قوه‌یی که جهت آن متوجه مرکز دایره می‌باشد، باید بالای آن عمل کند تا جسم مذکور را به مرکز دایره کش نماید). چنانکه توپ به طرف مرکز دایره کش می‌شود، در نخست این عجیب و غیر عادی به نظر می‌رسد که چگونه توپی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، دارای شتاب است. پاسخ این است که شتاب زمانی به وجود می‌آید که سرعت و یا سمت حرکت تغییر نماید، در حرکت دایره‌یی جهت حرکت در هر لحظه تغییر می‌کند.

نتیجهٔ شتاب به سوی مرکز را شتاب الی المرکز (Centripetal acceleration) می‌گویند که بعد از این آن را به (a_{cp}) نشان می‌دهیم.

بیایید مقدار $\vec{a}_{cp}$ را برای جسمی‌که با سرعت ثابت (v) روی یک سطح دایره‌یی به شعاع (r) دور می‌خورد محاسبه نماییم.



شکل (4-15)

یک ذره روی مسیر دایره‌یی با مرکز o در حرکت است. ذره ثابت است؛ اما سرعت آن به طور ثابت در حال تغییر است.

شکل (15-4) مسیر دایره‌یی را با مرکز دایره در مبدا کمیات وضعیه نشان می‌دهد. برای حساب کردن شتاب در نقطهٔ p در بالای دایره، نخست شتاب متوسط ($\vec{a}_{av}$) را از نقطهٔ 1 تا نقطهٔ 2 چنین به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\overrightarrow{\Delta t}}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{\Delta t}$$

شتاب لحظه‌یی در نقطهٔ P عبارت از لیمت $\frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ است، وقتی که نقاط 1 و 2 باهم بسیار نزدیک شوند. دوباره به شکل بالا ببینید، دیده می‌شود که $\vec{v}_1$ به زاویهٔ θ بالای خط افقی و $\vec{v}_2$ به عین زاویهٔ θ در تحت خط افقی قرار دارند. هر دو $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ دارای مقدار استند که قرار زیر هر دو وکتور سرعت را چنین می‌توان نوشت:

$$\vec{V}_1=(v\cos\hat{\theta})x+(v\sin\theta)y$$

$$\vec{V}_2=(v\cos\hat{\theta})x+(-v\sin\theta)y$$

از نتیجهٔ تفریق روابط بالا قیمت $\vec{a}_{av}$ را چنین به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_1-\vec{v}_2}{\Delta t}=\frac{-2v\sin\hat{\theta}}{\Delta t}y$$

به‌یاد داشته باشید که جهت $\vec{a}_{av}$ در نقطهٔ P به طرف مرکز دایره است. برای تکمیل محاسبه به Δt (زمانی‌که جسم از نقطهٔ 1 به نقطهٔ 2 می‌رود) ضرورت داریم. چون سرعت جسم، V و $d=r(2\hat{\theta})$ = فاصلهٔ طی شده از نقطهٔ 1 تا نقطهٔ 2، است که در رابطهٔ مذکور θ به رادیان اندازه می‌شود، با وضع نمودن d رابطهٔ بالا، قیمت Δt را این‌طور به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta t=\frac{d}{v}=\frac{2r\hat{\theta}}{v}$$

از مقایسهٔ Δt و قیمت $\vec{a}_{av}$ که در بالا حاصل شده، داریم:

$$\vec{a}_{av}=\frac{-2v\sin\hat{\theta}}{(2r\hat{\theta}/v)}y=-\frac{v^2}{r}\left(\frac{\sin\hat{\theta}}{\hat{\theta}}\right)y$$

برای دریافت $\vec{a}$ در نقطهٔ P، بیایید نقاط 1 و 2 را با نقطهٔ P به حدی نزدیک سازیم که به صفر تقرب کند. (شما می‌دانید که وقتی زاویهٔ θ به صفر تقرب کند، در آن صورت نسبت $\sin\hat{\theta}/\hat{\theta}$ به طرف (1) تقرب می‌کند) یعنی: $\lim_{\hat{\theta}\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$

بالاخره شتاب لحظه‌یی در نقطهٔ P عبارت است از: $\vec{a}=-\frac{V^2}{r}y=-a_{cp}y$



چنانکه گفته شد، جهت شتاب به طرف مرکز دایره بوده و دیده می‌شود که مقدار آن $a_{cp} = \frac{V^2}{r}$ می‌باشد. اکنون نتایج بالا را چنین خلاصه می‌کنیم:

وقتی که یک جسم به سرعت (v) روی مسیر یک دایره با شعاع (r) حرکت می‌کند، شتاب الی المرکز عبارت از $a_{cp} = \frac{V^2}{r}$ می‌باشد. یک قوه باید بالای جسم عمل کند تا به جسم مذکور حرکت دایره‌یی بدهد. برای یک جسم دارای کتلهٔ m، مقدار قوهٔ محصلهٔ عامل بالای آن توسط رابطهٔ زیر تعیین می‌گردد:

$$F_{cp} = ma_{cp} = m\frac{V^2}{r}$$

جهت این قوه به طرف مرکز دایره موجه است. باید دانست که قوهٔ الی المرکز F_{cp} می‌تواند به یک تعداد طریقه‌های زیادی به وجود آید. به طور مثال F_{cp} ممکن است؛ مانند بالا کشش یک تار باشد، ممکن است از اثر اصطکاک بین سرک و تایرهای موتر به وجود آید (وقتی‌که موتر در یک سرک دور می‌خورد)، F_{cp} می‌تواند قوهٔ جاذبه که سبب چرخش قمر مصنوعی و یا دوران مهتاب به دور زمین باشد. پس F_{cp} عبارت از قوه‌یی است که باید وجود داشته باشد تا سبب حرکت دایره‌یی گردد.

4-5: قوهٔ اصطکاک

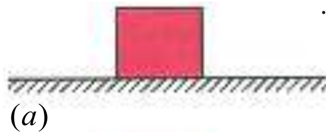
در در صنف‌های گذشته در مورد اصطکاک به طور فشرده آشنا شدید. تجارب روزمره نشان می‌دهد که اگر گلوله‌یی روی یک سطح افقی به حرکت بیاید، گلولهٔ مذکور بعد از طی فاصله‌یی متوقف می‌گردد، در حالی‌که بر اساس قانون اول نیوتن باید این گلوله به حرکت مستقیم الخط منظم خود برای همیشه ادامه دهد، و یا اگر یک رقاصه به اهتزاز آورده شود، مشاهده می‌گردد که با گذشت زمان فاصلهٔ رقاصه از خط عمودی آهسته، آهسته کم گردیده و در نتیجه رقاصه ساکن می‌گردد. اما نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، به دلیل تبدیل شدن انرژی پتانسیل به انرژی حرکی و بر عکس آن، باید اهتزاز رقاصهٔ مذکور باعین فاصله از خط عمودی به صورت متناوب برای همیشه تکرار شود و کاهش در این فاصله هرکزبه مشاهده نرسد. از ساکن شدن گلوله بالای سطح افقی و کاهش فاصلهٔ رقاصه از خط عمودی نتیجه می‌شود که به طور حتمی بر خلاف جهت حرکت آن‌ها، قوه‌یی عمل نموده است، که این قوه را به نام «قوهٔ اصطکاک» یاد می‌کنند. قوهٔ اصطکاک وقتی به وجود می‌آید که یک جسم جامد بالای جسم جامد دیگر، در بین مایع و یا در بین گاز حرکت نماید. قوهٔ اصطکاک را در دوحالت بررسی می‌کنیم.

1 جسم نسبت به سطحی که برروی آن قرار دارد، کش شده؛ ولی ساکن می‌ماند. در این حالت، قوهٔ اصطکاک را به نام «قوهٔ اصطکاک ستاتیکی (سکون)» یادمی‌کنند.

2 - جسم نسبت به سطحی که برآن قرار دارد، در حرکت می‌باشد. در این حالت، قوهٔ اصطکاک را «قوهٔ اصطکاک دینامیکی (حرکی)» می‌نامند.

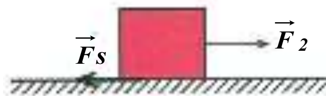
در زیر هر یک از حالت‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

1 - **قوهٔ اصطکاک سکون (ستاتیکی):** اصطکاک بین جامدات که با یک‌دیگر در تماس هستند، به علتی به وجود می‌آید که سطح تماس اجسام هیچ‌گاه هموار و مسطح نمی‌باشد. بنابراین وقتی‌که یک جسم جامد روی جسم جامد دیگری کشانده می‌شود. در این حالت سطوح اجسام مذکور بالای یک‌دیگر تولید اصطکاک می‌کنند.


(a)



(b)

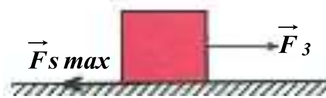


(c)

حال فرض کنید، جسمی مطابق شکل (a) روی یک سطح افقی به حالت سکون قرار دارد. به جسم قوهٔ افقی $\vec{F}$ را وارد می‌کنیم. در ابتدا اندازهٔ این قوه را کوچک و برابر $\vec{F_1}$ می‌گیریم، به طوری که جسم ساکن بماند.

شکل (b)، چون جسم ساکن است، بر اساس قانون دوم نیوتن باید محصلهٔ قوه‌های وارده بر جسم مساوی به صفر باشد. بنابراین باید قوهٔ افقی مانند $\vec{f_s}$ به جسم وارد شده باشد تا با خنثی کردن اثر قوهٔ $\vec{F_1}$، مانع شتاب گرفتن و حرکت جسم شده باشد.

شکل‌های (4-16)



(d)

قوهٔ $\vec{f_s}$ را سطح تکیه‌گاه به جسم واردمی‌کند که به این قوه، « قوهٔ اصطکاک ستاتیکی» می‌گوییم.

$$a=\frac{F}{m}$$

$$a=0$$

$$F_1-f_S=0 \quad \Rightarrow \quad f_s=F_1$$

حال فرض کنیدکه اندازهٔ قوهٔ $\vec{F_1}$ را افزایش داده و به‌اندازهٔ $\vec{F_2}$ می‌رسانیم . در این حالت، اگر جسم هم‌چنان ساکن باقی بماند، با استدلال شبیه بالا، نتیجه می‌گیریم که قوهٔ اصطکاک ستاتیکی افزایش یافته و برابر $\vec{F_2}$ شده است. بنا بر این با افزایش قوهٔ $\vec{F}$، قوهٔ اصطکاک ستاتیکی نیز افزایش می‌یابد.

اگر به همین ترتیب مقدار قوهٔ $\overrightarrow{F_2}$ را افزایش دهیم و آن را با $\overrightarrow{F_3}$ نشان دهیم، جسم در اثنای حرکت قرار می‌گیرد. این بدان معناست که اگر اندازهٔ قوهٔ F_3 از مقدار F_s اندکی بیشتر شود، جسم ساکن نمانده وشروع به حرکت می‌کند. به قوهٔ اصطکاک در این حالت « قوهٔ اصطکاک در اثنای حرکت» گفته می‌شود و با $f_{s\,max}$ نشان داده می‌شود. از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که در حالت اخیر، $f_{s\,max} = F_3$ است وهمچنین اندازهٔ اصطکاک در اثنای حرکت را می‌توان از رابطهٔ زیر بەدست آورد:

$$f_{s\,max} = \mu_s \cdot N . . . .(a)$$

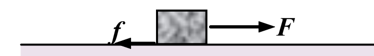
در این رابطه، N قوهٔ عمودی تکیه‌گاه است و μ_s ضریب اصطکاک ستاتیکی نام دارد که تابع نوعیت و طبیعت سطوحی که با یک‌دیگر در تماس هستند می‌باشد μ_s یک کمیت فزیکی بدون واحد است. چرا؟

نوت: رابطهٔ (a) بالا فقط در حالتی درست است که جسم در اثنای حرکت قرار داشته باشد.

بنا بر این قوهٔ اصطکاک ستاتیکی همواره از مقدار «$\mu_s N$» کوچک‌تر، و حداکثر (Maximum) آن برابر با $\mu_s N$ یعنی: $f_s \le \mu_s \cdot N$ است.

مثال: جسمی با کتلهٔ $10kg$ را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی $\mu_s = 0.4$ قرار داده و آن را با قوهٔ افقی 25 نیوتن کش می‌کنیم، ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. اندازهٔ قوهٔ اصطکاک بر حسب نیوتن را دریابید.

$$\left.\begin{array}{l} m = 10kg \\ \mu_s = 0.4 \\ F = 25N \\ V = 0 \\ f_s = ? \end{array}\right\}$$



شکل (17-4)

حل: چون با وارد کردن قوهٔ F، جسم حرکت نمی‌کند و ساکن باقی می‌ماند، به این معنی که مقدار قوهٔ اصطکاک ستاتیکی جسم بزرگ‌تر از این قوهٔ وارده است، یعنی:

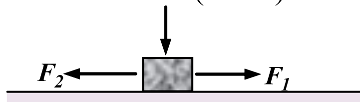
$$F_s = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot m.g = 0.4 \times 10kg \times 10\frac{m}{s^2} = 40N > F$$



سؤال

در شکل مقابل جسمی با کتلهٔ $2kg$ روی سطح افقی قرار دارد و قوه‌های F_1 و F_2 که اندازهٔ هر کدام 5 نیوتن است بر جسم عمل می‌کند. جسم در حال حرکت یک‌نواخت قرار دارد. ضریب اصطکاک ستاتیکی بین جسم و سطح افقی را بەدست آورید.

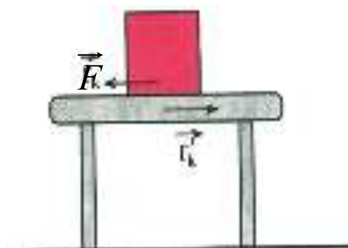
$F = w = (10 \times 2)N$



شکل (18-4)

2- قوۀ اصطکاک حرکی (دینامیکی): فرض کنید که صندوقی را روی یک سطح افقی کش می‌کنید. اگر صندوق را دیگر کش نکنید، می‌بینید که سرعت آن آهسته، آهسته کاهش می‌یابد و پس از لحظاتی می‌ایستد. اگر موتری را که روی یک سطح افقی در حال حرکت است، برک کنید، پس از مدتی موتر می‌ایستد. با توجه به این که قوه، عامل تغییر سرعت است، باید قوه‌یی بر خلاف جهت حرکت، به جسم وارد شده باشد. این قوه عبارت از قوۀ اصطکاک حرکی (دینامیکی) می‌باشد. هرگاه جسم جامدی روی سطح جسم جامددیگری حرکت کند، قوه‌یی موازی به سطح تماس به هریک از دو جسم، از طرف یک جسم به جسم دیگر، وارد می‌شود که قوۀ اصطکاک حرکی (دینامیکی) نام دارد. در این‌جا نیز مانند رابطۀ بالا معادلۀ زیر صدق می‌کند:

$$F_k = \mu_k \cdot N$$



شکل (4-19)

μ_k عبارت از ضریب اصطکاک حرکی (دینامیکی) می‌باشد.



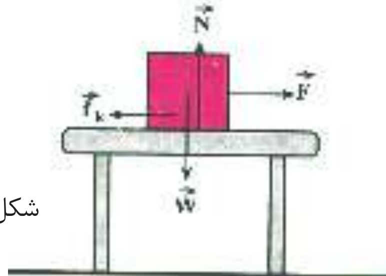
بحث کنید

در گروه‌های مختلف صنفی در مورد «تفاوت بین قوۀ صطکاک ســتاتیکی و قوۀ اصطکاک حرکی» باهم بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

مثال: جسمی‌با کتلۀ $12kg$ را توسط طنابی که به آن وصل است، روی سطح افقی می‌کشیم، اگر جهت طناب افقی، وضریب اصطکاک حرکی بین سطح تماس دو جسم برابر به 0.25 باشد. قوۀ اصطکاک حرکی وارد بر جسم چند نیوتن خواهد بود؟ (g را برابر به $10\,m/s^2$ فرض کنید). موضوع را در زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

حل: قوه‌های وارده بر جسم در شکل زیر نشان داده شده است. چون جسم در امتداد سطح افقی حرکت می‌کند، از قانون دوم نیوتن نتیجه می‌شود که محصلۀ قوه‌های وارده بر جسم در جهت عمود صفر است:

$$N - W = 0$$
$$N = W = mg$$
$$N = 120\,(N)$$
$$f_k = \mu_k \cdot N$$
$$f_k = 0.25 \times 120$$
$$f_k = 30\,(N)$$



شکل (4-20)

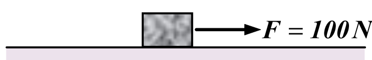
مثال: در مثال قبل، اگر طناب را با قوهٔ $F=36\,N$ بکشیم، شتاب حرکت چقدر خواهد بود؟
حل: از قانون دوم نیوتن برای محاسبه شتاب استفاده می‌کنیم. محصلهٔ قوه‌های وارده بر جسم برابر است با:

$$F-F_K=m\cdot a$$

$$\Rightarrow a=\frac{F-F_k}{m}=\frac{36-30}{12}$$

$$a=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}=0.5\frac{m}{s^2}$$

تمرین:
در شکل مقابل، جسم با شتاب $4\,m/s^2$ در حال حرکت است. اگر کتلهٔ جسم $20kg$ باشد، ضریب اصطکاک حرکی را به‌دست آورید.

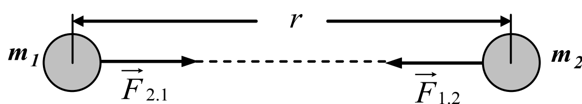


4-6: قانون جاذبهٔ نیوتن

آیا تا کنون از خود پرسیده اید که چرا وقتی یک جسم را به طرف بالا پرتاب می‌کنیم، پس از مدتی به پایین می‌افتد؟ و یا چرا آب در جویبارها به طرف پایین حرکت می‌کند؟ از زمان‌های قدیم، بشرمی‌دانست که زمین، جسم‌های مجاور خود را به سوی خود می‌کشد. به این قوه، قوهٔ جاذبه گفته می‌شود. نیوتن دانشمند انگلیسی با بیان قانون جاذبه، نشان داد که قوهٔ جاذبه میان هر دوجسم وجود دارد. بنا بر قانون جاذبهٔ نیوتن، هردو کتله، هم‌واره یک‌دیگر راجذب می‌کنند. نیوتن قانون جاذبه را به صورت زیر بیان نمود:
« قوهٔ جاذبه میان دو کتله با حاصل ضرب کتله‌ها نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یک‌دیگر، نسبت معکوس دارد».
اگر کتله‌های، m_1 و m_2 و فاصلهٔ میان آن‌ها مطابق شکل زیر برابر به r باشد، اندازهٔ قوهٔ جاذبه‌یی میان دو کتله (F) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$\vec{F}_{1.2}=-\vec{F}_{2.1} \qquad \text{عمل و عکس العمل} \Rightarrow F_{1.2}=F_{2.1}=F$$

$$F=G\frac{m_1\cdot m_2}{r^2}\;.\;.\;.\;.\;.\;(1)$$



شکل (4-21)

در این رابطه G ثابت جهانی جاذبه نام دارد. درسیستمSI و احد اندازه‌گیری کتله، کیلوگرام (kg)، واحد اندازه‌گیری قوه، نیوتن (N) و واحد اندازه‌گیری فاصله، متر (m) است، پس G برابر است با:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

مثال: دو جسم باکتله‌های $5kg$و $12kg$در فاصلهٔ یک متری از یک‌دیگر قرار دارند. قوهٔ جاذبه‌یی میان آن‌ها را محاسبه نمایید.

حل: $$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5 \times 12}{1^2} \Rightarrow F = 4 \times 10^{-9}\ N$$

همان‌طورکه مثال بالا نشان می‌دهد. قوهٔ جاذبه‌یی میان جسم‌های با کتله‌هایی کوچک، قابل صرف نظر است.



سؤال

کتلهٔ زمین تقریبا $6 \times 10^{24}\ kg$و شعاع زمین تقریباً $6.4 \times 10^6\ m$است، قوهٔ جاذبه‌یی زمین که به شما وارد می‌شود، حدود چندنیوتن است؟ (برای محاسبهٔ این قوه، کتلهٔ زمین را متمرکز در مرکز زمین فرض کنید).

قوهٔ وزن - شتاب جاذبه

در فصل دوم در بحث سقوط آزاد اجسام، دانستید که شتاب در حرکت سقوط آزاد، برای تمام جسم‌ها یک‌سان و برابر به g است، قوه‌یی که با عث ایجاد این شتاب می‌شود از قانون دوم نیوتن چنین محاسبه می‌کنیم. $F = ma\ ,\ a = g \Rightarrow F = mg \ldots\ (2)$

از طرف دیگر می‌دانیم که قوهٔ وزن، باعث سقوط جسم می‌شود. اگر قوهٔ وزن را با حرف w نشان دهیم . با توجه به را بطهٔ (2) خواهیم داشت: $F = W \Rightarrow w = mg \ldots\ (3)$

قوهٔ وزن، عبارت از قوهٔ جاذبه‌یی است که زمین به جسم وارد می‌کند. اگر کتله و شعاع زمین را به ترتیب با M_e و R_e نشان دهیم، با استفاده از رابطهٔ (1) نیز می‌توان وزن جسم، یعنی قوهٔ جاذبهٔ زمین بر جسم را چنین حساب کرد. $W = F \Rightarrow W = G\frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \ldots (4)$

با مقایسهٔ روابط (3)، (4) نتیجه می‌شود: $m.g = G\frac{m \cdot M_e}{R_e^2} \Rightarrow g = G\frac{M_e}{R_e^2} \ldots\ (5)$

نوت: هر قدر از سطح زمین دور شویم مقدار g کاهش می‌یابد. اگر در ارتفاع کیفی h از سطح زمین، gرا برابر به g̒ فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$g' = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

تحقیق کنید

تحقیق کنید که ضریب ثابت جهانی جاذبه (G) نخســتین بار توســط چه کســی محاسبه شده است، خلاصهٔ روش کار او را به صنف گزارش دهید.

سؤال

با توجه به این که مقدار متوسط g در سطح زمین در حدود $9.8 m/s^2$ و شعاع زمین حدود $6.4\times10^6\ m$ است، کتلهٔ زمین را حساب کنید

پراشوت

برای مطالعهٔ حرکت پراشوت لازم است، سقوط آزاد جسمی را که شتاب آن هنگام سقوط در جو زمین به نسبت موجودیت مقاومت هوا در تغییر است، مطالعه نماییم. یک هوا باز از پراشوت به منظور کمایی کردن یک قوهٔ بزرگ مقاومت هوا که بتواند موازنه را با قوهٔ وزنش به وجود آورده و او را به طرف بالا کش کند، استفاده می‌کند (مقدار این قوهٔ کش کننده حتا اگر پراشوت بازهم نباشد قابل صرف نظر نیست و در چنین حالتی، هوا باز به سرعت زیاد سقوط خواهد کرد).


شکل (4-22)

قوهٔ مقاومت کش کننده به طرف بالا که بالای جسمی‌در حال سقوط در هوا وارد می‌شود (که بعد از این، این قوه را به F_d نشان خواهیم داد)، و با زیاد شدن سرعت جسم به طور اتوماتیک افزایش می‌یابد و مقدار آن متناسب با مربع سرعت جسم می‌باشد؛ یعنی: $F_d = bV^2$

قیمت b ثابت بوده و به‌اندازه و شکل جسم مربوط می‌باشد و جهت قوهٔ مقاومت مخالف جهت حرکت می‌باشد. چون با زیاد شدن سرعت، قوهٔ مقاومت افزایش می‌یابد، پس وقتی‌که قوهٔ مقاومت کش کننده با وزن جسم از نظر مقدار مساوی گردد، در چنین حالت خواه مخواه جسم سقوط کننده در وضعیت تعادل قرار خواهد گرفت.

سرعتی که در آن مقدار قوهٔ مقاومت مساوی به وزن جسم می‌شود، به‌نام سرعت حدی جسم یاد می‌شود. وقتی که سرعت جسم به سرعت حدی نزدیک شده می‌رود، شتاب کوچک و کوچک‌تر می‌گردد. زمانی‌که جسم به سرعت حدی می‌رسد، شتاب آن صفر می‌گردد. اگر سرعت حدی را به v_t نشان دهیم، چون مقدار قوهٔ مقاومت در این سرعت با وزن جسم مساوی است، پس می‌توانیم بنویسیم: $F_d = mg = bV_t^2 \Rightarrow b = mg/V_t^2$

بنابرآن برای هر سرعت اختیاری می‌توان نوشت:

$$F_d = mg\frac{V^2}{V_t^2}$$

سرعت حدی جسم مربوط به‌اندازه، شکل و کتلهٔ آن می‌باشد. جدول زیر سرعت‌های حدی چند جسم را به طور نمونه نشان می‌دهد:

جسم	سرعت حدی (m/s)
پر مرغ	0.5
دانهٔ برف	1
قطرهٔ باران	7
هواباز (با پراشوت باز)	$5-9$
عقاب پرنده	$50-60$
هواباز (با پراشوت پرنده)	80
مرمی	100

مثال 1 - دو هوا باز دارای پراشوت‌های هم مانند بوده و کتله‌های آن‌ها (به‌شمول پراشوت‌ها) $62.0Kg$ و $82.0Kg$ می‌باشد. کدام هواباز سرعت حدی بیشتر دارد و نسبت سرعت‌های حدی شان را دریابید.

رهنمود برای حل مثال

چون پراشوت‌ها هم مانند استند، پس توقع این است که در یک سرعت معین باید مقدار قوهٔ مقاومت کش کننده بالای هر دو پراشوت یک‌سان عمل نماید.

هواباز سنگین‌تر باید برای این‌که قوهٔ مقاومت برابر به وزنش باشد، سریع‌تر سقوط نماید، بنابرآن هواباز $82.0Kg$، باید سرعت حدی بزرگ‌تر داشته باشد.

برای تعیین نسبت سرعت‌های حدی، ابتدا می‌یابیم که چطور سرعت‌های حدی مربوط به کتله می‌شوند، و سپس بالای این نسبت‌ها کار خواهیم کرد.

حل: در سرعت حدی V_t قوهٔ مقاومت باید مساوی به وزن جسم باشد؛ یعنی:

$$mg = F_d = bV_t^2$$

چون پراشوت‌ها یک‌سان هستند، انتظار داریم که قیمت ثابت b برای هر دو پراشوت یک‌سان باشد، بنابرآن: چون $V_t \propto \sqrt{m}$، پس هواباز سنگین‌تر سرعت حدی بزرگ‌تر داشته و او برای این‌که قوهٔ مقاومت را با وزنش در توازن آورد، باید سریع‌تر حرکت کند.
پس نسبت سرعت‌های حدی چنین خواهد بود:

$$\frac{V_{t2}}{V_{t1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{82,0Kg}{62,0Kg}} = 1,15$$

سرعت حدی هواباز دارای وزن $82.0Kg$، برابر به 1,15چند سرعت حدی هواباز کم وزن تر است یعنی 15%سریع‌تر حرکت نموده.

مباحثه: هواباز دارای وزن $82.0Kg$، 32%سنگین‌تر است، زیرا: $\frac{82,0Kg}{62,0Kg} = 1,32$اما سرعت حدی آن فقط 15% زیاد تر است وسبب آن این است که قوهٔ مقاومت یک راست متناسب با مربع سرعت است؛ یعنی همین 15% سرعت بیشتر، قوهٔ مقاومت را 32% افزایش می‌دهد، یعنی: $(1\cdot15)^2 = 1\cdot32$

تمرین

یک پیلوت خود را با پراشوت از ارتفاع 2000m از سطح زمین از طیاره اش سقوط می‌دهد. اگر کتلهٔ مجموعی پیلوت و پراشوت 112kg باشد، قوهٔ مقاومت هوا زمانی‌که پیلوت به سرعت حدی می‌رسد، چند است؟

مثال– یک توپ باسکتبال از بالای یک تعمیر مرتفع رها می‌شود.

a. شتاب اولی توپ در لحظهٔ سقوط چند است؟

b. شتاب توپ را در لحظه‌یی که به سرعت حدی اش می‌رسد، حساب کنید.

c. شتاب توپ را در لحظه‌یی که سرعت آن به نصف سرعت حدی می‌رسد، دریابید.

رهنمود برای حل مثال

محور مثبت Y را انتخاب می‌کنیم تا طبق معمول نقاط را روی آن به سمت بالا نشانی کنیم.
چون توپ از حالت سکون پرتاب می‌شود، بنابرآن یگانه قوه‌یی که در لحظهٔ اول پرتاب بالای آن عمل می‌کند، قوهٔ جاذبهٔ زمین است. در این لحظه چون سرعت صفر است، قوهٔ مقاومت هوا هم صفر است. وقتی که توپ در حرکت است، قوهٔ مقاومت در قوهٔ منتجهٔ وارده برجسم سهیم می‌باشد.

حل:

a. چون قوهٔ مقاومت صفر است، شتاب اولیه مساوی به شتاب سقوط آزاد است، یعنی:

$$(\vec{a} = \vec{g})$$

b. وقتی که توپ به سرعت حدی اش می‌رسد، مقدار قوهٔ مقاومت مساوی به وزن توپ بوده؛ ولی به سمت مخالف عمل می‌کند، و چون در این حالت قوهٔ منتجه بالای توپ صفر است، پس شتاب در سرعت حدی صفر می‌باشد، یعنی: $\vec{a} = O$



c. وقتی که توپ به نصف سرعت حدی در حال سقوط است، قوهٔ مقاومت مهم است، اما این قوه از وزن توپ کم‌تر است. قوهٔ محصله به سمت پایین و بنابرآن شتاب نیز (هر چند با مقدار کم‌تر) به طرف پایین عمل می‌کند. می‌دانیم که قوهٔ مقاومت در هر سرعت توسط رابطهٔ زیر تعیین می‌شود:

$$F_d = mg\frac{V^2}{V_t^2}$$

هم‌چنان می‌دانیم که این قوه به سمت مخالف وزن به طرف بالا عمل می‌کند، پس قوهٔ منتجهٔ عمودی را چنین می‌نویسیم:

$$\sum F_y = Fd - mg = mg\frac{V^2}{V_t^2} - mg = mg\,(\frac{V^2}{V_t^2} - 1)$$

با تطبیق قانون دوم نیوتن داریم که: $\sum F_y = ma_y$

برای به‌دست آوردن قیمت شتاب حاصله می‌توان نوشت:

$$ma_y = mg\,(\frac{V^2}{V_t^2} - 1) \Rightarrow a_y = g\,(\frac{V^2}{V_t^2} - 1)$$

در لحظه‌یی سرعت مساوی به نصف سرعت حدی است، یعنی: $V = \frac{1}{2}V_t \Rightarrow \frac{V^2}{V_t^2} = \frac{1}{4}$

$$a_y = g\,(\frac{1}{4} - 1) = -3/4 \times g$$

پس شتاب توپ، $\vec{a} = -3/4\,\vec{g}$ بوده و جهت‌های $\vec{a}$ و $\vec{g}$ هر دو به طرف پایین است.

مباحثه: چطور می‌توانیم بدانیم که مقاومت هوا قابل صرف نظر است؟ اگر ما سرعت حدی جسم را به طور تخمین بدانیم، در آن‌صورت خواهیم دانست که به هر اندازه سرعت جسم به مقایسهٔ سرعت حدی کوچک‌تر باشد، به همان اندازه مقاومت هوا زیادتر قابل صرف نظر می‌باشد.



فعالیت

در یک لوژ یا محل بالا بروید و یا به یک زینه بالا شوید و از آن‌جا یک کاغذ سبد شکل یا جامک کاغذ کیک و یک سکهٔ پنج افغانیکی را هم‌زمان رها کنید. مقاومت هوا در مقابل سکه قابل صرف نظر است؛ مگر این‌که از ارتفاع بسیار بلند رها شود. در حالی‌که مقاومت هوا در مقابل سبد کاغذ خیلی قابل ملاحظه است و سبد کم و بیش به زودی به سرعت حدی اش می‌رسد. چند سبد کاغذی (از دو تا چهار عدد) را باهم یک‌جا نموده و آن‌ها را با سبد اولی هم‌زمان رها نمایید. چی را مشاهده خواهید کرد؟ آیا سرعت حدی بسته‌های کاغذ سبد بیشتر است؟ چرا؟ اکنون یک کاغذ سبد را کلوله کنید و بعد هم‌زمان آن را با سکه رها کنید. خواهید دید در حالی‌که مقاومت هوا اکنون تغییر نموده؛ ولی هنوز هم قابل ملاحظه است. چرا؟

دوبـاره، در گروه‌هـا باهـم بحـث کنید و شـکل زیـر را که یـک تصویر ستروبوسـکوپیک بوده و سـقوط دو جسـم در هوا را با سرعت‌های حدی بسـیار متفاوت نشان می‌دهد، مشاهده کنید، و به کمک آن دربارهٔ فعالیتی کـه انجـام داده اید، در گروه‌ها به بحث و مناقشـه بپردازیـد (تصویرها در وقفه‌های ثابت زمانی $1,15\,s$ عکاسی شده است).

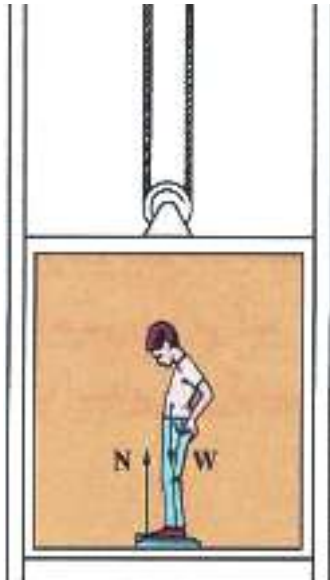


شکل (4-23)

4-7: لفت

لفت چیست؟ آیا تا به حال از خود پرسیده ایدکه لفت از نقطهٔ نظر فزیک چگونه کار می‌کند؟ وقتی در داخل لفت قرار دارید و لفت با سرعت ثابت v به طرف بالا یا پایین حرکت می‌کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و یا اگر لفت با شتاب ثابت a شروع به حرکت کند، چه اتفاقی می‌افتد؟ و ... این‌ها همه پرسش‌هایی هستند که شما در ختم این درس توانایی پاسخ دادن به آن‌ها را حاصل خواهیدکرد.

برای پاسخ دادن به پرسش‌هایی بالا به مثال زیر توجه کنید: فرض کنید که شخصی با کتلهٔ m در داخل لفت برروی یک ترازوی فنری قرار دارد. مقدار قوهٔ وارده بر ترازوی فنری را که شخص برروی آن قرار دارد، در سه حالت زیر مورد مطالعه قرار می‌دهیم:



شکل (4-24)

1 - اگر لفت ساکن باشد: در این حالت چون لفت ساکن است، در نتیجه شتاب حرکت صفر خواهد بود، قوه‌های وارده بر شخص در شکل (4-24) نشان داده شده است، پس می‌توان بر اساس قانون دوم نیوتن نوشت که:

$$a = 0$$

$$F = N - W = 0$$

$$N = W = mg ....(1)$$

در این حالت می‌توان نتیجه گرفت که، وقتی شخصی در درون لفت قرار دارد و لفت دارای شتاب صفر است، ترازوی فنری تنها قوهٔ وزن جسم یعنی $W = mg$ را نشان می‌دهد.

2 - لفت با شتاب ثابت a به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند: در این حالت، شتاب حرکت به‌اندازهٔ a به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتن می‌توانیم بنوسیم که:

$$F = ma$$
$$N - W = ma$$
$$N - mg = ma$$
$$N = ma + mg$$
$$N = m(a + g) \ldots . \quad (2)$$

3 - لفت با شتاب ثابت a به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند: در این حالت نیز، شتاب حرکت به‌اندازهٔ a به طرف پایین است (جهت حرکت روبه پایین را مثبت در نظر می‌گیریم) و با توجه به قانون دوم نیوتن می‌توان نوشت که:

$$F = ma$$
$$W - N = ma$$
$$mg - N = ma$$
$$N = mg - ma$$
$$N = m(g - a) \ldots .. \quad (3)$$

نوت: با توجه به سه حالت بالا می‌توان نتیجه گر فت : «زمانی‌که لفت ساکن است و یا با سرعت ثابت حرکت می‌کند، عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد، برابر با وزن واقعی شخص، یعنی:$(N = W)$است. هنگامی‌که لفت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌کند، عددی را که ترازوی فنری نشان می‌دهد، از وزن واقعی شخص بزرگ‌تر است؛ یعنی:$(N \rangle W)$ و زمانی‌که لفت با شتاب مثبت روبه پایین حرکت می‌کند، عددی که ترازوی فنری نشان می‌دهد، از وزن واقعی شخص کوچک‌تر؛ یعنی:$(N \langle W)$می‌باشد.

مثال: شخصی با کتلهٔ $70kg$ داخل لفت ایستاده است، قوهٔ عمودی‌یی را که قاعدهٔ لفت به شخص وارد می‌کند، در حالت‌های زیر محاسبه کنید.

a) لفت ساکن است.

b) لفت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است.

c) لفت با شتاب ثابت $2m/s^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، ($g = 10m/s^2$ فرض شود).

حل: a) چون لفت ساکن است، شتاب حرکت صفر است و در نتیجه:

$$a = 0$$
$$F = N - W = mg$$
$$N = W = mg$$
$$N = 70 \times 10 = 700 \ N$$



b) در این حالت چون لفت با سرعت ثابت به طرف بالا در حرکت است، در نتیجه شتاب حرکت صفر است و با محاسبه مانند حالت a نتیجه می‌شود که $N = 700\ N$ است.

c) در این حالت، شتاب حرکت $2\,m/s^2$ و به طرف بالا است و با توجه به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$F = m.a$$
$$N - W = ma$$
$$N - 700 = 70 \times 2$$
$$N = 840\ \ N$$



سؤال

شخصی داخل لفت برروی یک ترازوی فنری قرار دارد. کتلهٔ شخص $50\ kg$ است. در حالت‌های زیر ترازوی فنری چه عددی را نشان می‌دهد:

a) لفت با شتاب $2\,m/s^2$ به طرف بالا حرکت می‌کند.

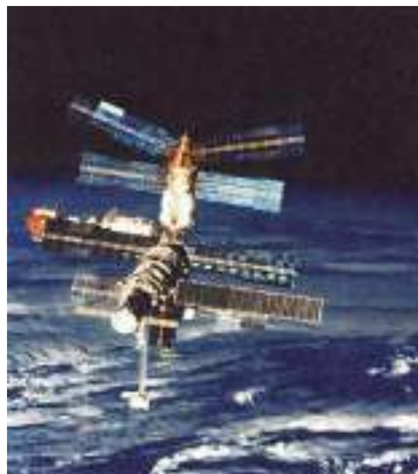
b) لفت با شتاب $2\,m/s^2$ به طرف پایین حرکت می‌کند.

c) لفت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

مدارهای دایره‌یی حرکت اقمار مصنوعی

همان‌طورکه می‌دانیم، قمر مصنوعی به‌دور زمین بر روی یک مسیر تقریباً دایره‌یی حرکت می‌کند. حال فرض کنید، شخصی در داخل قمر مصنوعی قرار دارد. به نظر شما شخص مذکور حرکت خود را نسبت به زمین چگونه می‌بیند؟ چه قوه‌هایی با لای قمر مصنوعی عمل می‌نماید؟

شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی همیشه عین فاصله را از زمین دارد (به‌دلیل مسیر دایره‌یی اش). یا به عبارت دیگر این شخص مشاهده می‌کند که قمر مصنوعی نظر به زمین ساکن است. بنابراین شخص مذکور نتیجه می‌گیرد که هیچ قوه‌یی بالای قمر مصنوعی عمل نمی‌نماید.



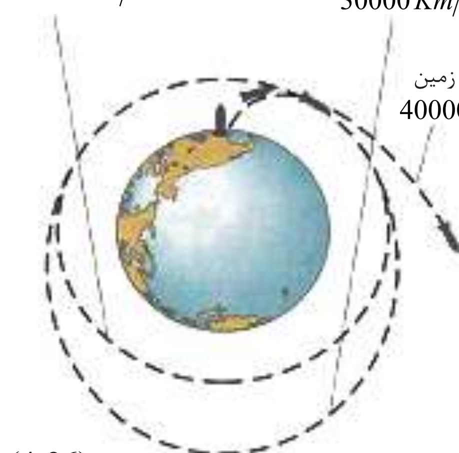
شکل (25-4)

اما با توجه به آن‌چه که از این پیش در مورد حرکت‌های دایره‌یی خواندید، می‌توان گفت که بالای قمر مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوهٔ جاذبهٔ mg و دیگری قوهٔ فرار از مرکز $mR\omega^2$، که هردو قوه به جهت‌های مختلف از یک‌دیگر قرار دارند. چون قمر مصنوعی از نقطه نظر شخصی که در قمر مصنوعی قرار دارد، ساکن است. بنابراین می‌توان گفت که دو قوهٔ بالا با یک‌دیگر در حالت توازن قرار دارند.

و یا به عبارت دیگر، این دو قوه با یک‌دیگر مساوی هستند یعنی:

$$m \cdot g = mR\omega^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

$$g = R\omega^2$$



شکل (4-26)



شکل (4-27)

چون $\omega = \frac{V}{R}$ است و V سرعت خطی قمر مصنوعی می‌باشد، پس با وضع نمودن قیمت داریم که:

$$g = \frac{V^2}{R} \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

از این‌جا نتیجه می‌شود که شخص و اشیای دیگر در داخل قمر مصنوعی در اثنای حرکت بی وزن می‌گردند . زیرا بر اساس معادلهٔ (1)، وزن قمر مصنوعی مساوی به قوهٔ فرار از مرکز بوده و محصلهٔ آن‌ها صفر می‌باشد.



خلاصۀ فصل چهارم

- قوانین حرکت نیوتن، مهم‌ترین قوانین حرکت شناسی در فزیک کلاسیک می‌باشد.
- قانون اول نیوتن (قانون عطالت یا انرشیا) بیان می‌داردکه : «یک جسم حالت سکون و یا حرکت یک‌نواخت روی خط راست خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که زیر تأثیر قوه‌یی، مجبور به تغییر حالت آن شود.»
- قمرهای مصنوعی که توسط بشر به فضا پرتاب می‌شوند، از قانون سوم نیوتن استفاده می‌کنند.
- قانون دوم نیوتن بیان می‌دارد که : «اگر به یک جسم قوه‌های وارد شود، جسم شتابی می‌گیرد که با محصلۀ قوه‌های وارده برآن، نسبت مستقیم و با آن هم جهت است و باکتلۀ جسم نسبت معکوس دارد» که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \quad \text{یا} \quad \vec{F}=m\vec{a}$$

- قانون سوم نیوتن بیان می‌دارد که: «هرگاه یک جسم به جسم دیگر قوه واردکند، جسم دوم هم به جسم اول قوه‌یی برابر به آن، ولی در جهت مخالف بر آن وارد می‌کند» که به صورت ذیل نوشته می‌شود.

از نقطۀ نظر وکتوری $\vec{F}_{1.2}=-\vec{F}_{2.1}$............

از نقطۀ نظر سکالری $F_{1.2}=F_{2.1}$...........

- به قانون سوم نیوتن قانون عمل و عکس العمل نیز می‌گویند.

قوۀ عمودی تکیه گاه، یکی از قوه‌های است که برای آن قانون مشخصی وجود ندارد، یعنی رابطه‌یی وجودندارد تا به کمک آن بتوان اندازۀ این قوه را محاسبه کرد. اما همان‌طور که خواندید، اندازۀ این قوه را به کمک قانون دوم نیوتن محاسبه می‌کنیم.

قوۀ اصطکاک ستاتیکی: جسم نسبت به سطحی که برروی آن قرار دارد، کشیده شده ولی، ساکن باقی می‌ماند. در این حالت، قوۀ اصطکاک را قوۀ اصطکاک ستاتیکی می‌نامیم. قوۀ اصطکاک ستاتیکی از رابطۀ زیر به‌دست می‌آید: $F_{S\max}=\mu_S\cdot N$

- هنگامی‌که جسم نسبت به سطحی که بر روی آن قرار دارد در حرکت باشد، در این حالت، قوۀ اصطکاک را قوۀ اصطکاک حرکی (دینامیکی) می‌نامیم که به صورت زیر نوشته می‌شود : $f_k=\mu_k\cdot N$

μ_S و μ_K به ترتیب عبارت از ضریب‌های اصطکاک ستاتیکی و حرکی می‌باشند که دارای واحد اندازه‌گیری نمی‌باشند.

اگر دو کتلهٔ، m_1 و m_2 باشند و فاصلهٔ میان آن‌ها برابر به r باشد. اندازهٔ قوهٔ جاذبه‌یی میان دو کتله (F) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

رابطهٔ بالا عبارت از قانون جاذبهٔ نیوتن می‌باشد که با حاصل ضرب دو کتلهٔ m_1 و m_2 رابطهٔ مستقم و با مربع فاصلهٔ میان این دو کتله رابطهٔ معکوس دارد.

- قوهٔ وزن، عبارت از قوهٔ جاذبه‌یی است که زمین به جسم وارد می‌کند.
- مقدار قوهٔ جاذبهٔ زمین که بر جسم وارد می‌شود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$W = G\frac{m.M_e}{R_e^2}$$

- مقدار شتاب جاذبهٔ زمین (g) از رابطهٔ $g = G\frac{M_e}{R_e^2}$ به‌دست می‌آید.

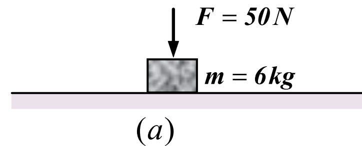
- اگر جسم در ارتفاع h از سطح زمین قرار داشته باشد در نتیجه، را بطهٔ بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g' = G\,\frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

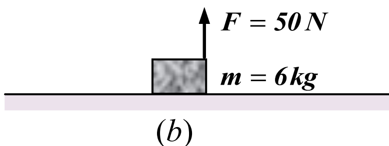
- هنگامی‌که لفت با سرعت ثابت حرکت کند، $N = W$، اگر لفت با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت کند، آنگاه $W \rangle N$ و اگر لفت با شتاب ثابت به طرف پایین حرکت کند، در نتیجه $w \rangle N$ می‌باشد.
- بالای اقمار مصنوعی دو قوه عمل می‌نماید. یکی قوهٔ جاذبه (قوهٔ جذب به مرکز)، و دومی قوهٔ فرار از مرکز.

سؤال‌های فصل چهارم

1 - قانون‌های حرکت نیوتن چه چیزی را بیان می‌کنند؟
2 - قانون اول نیوتن را تعریف کنید. از این قانون چه نتیجه‌یی می‌گیریم ؟
3 - عطالت یا انرشیا را تعریف کنید.
4 - قانون دوم نیوتن را بیان کنید و رابطهٔ آن را با ذکر واحدهای اندازه‌گیری آن بنوسید.
5 - قانون سوم نیوتن را تعریف کنید.
6 - چرا در جادهٔ افقی که سطح آن یخبندان است، موتر نمی‌تواند از گولایی جاده تابعیت کند و در امتداد خط راست از جاده منحرف می‌شود؟
7 - سه مثال از قانون اول نیوتن بیان کنید.
8 - به جسمی با کتلهٔ 2kg، قوهٔ 20 نیوتن وارد می‌شود:
a) شتاب حرکت جسم را حساب کنید.
b) اگر قوه، 30 نیوتن شود، در شتاب حرکت چه تغییری وارد می‌شود؟
9 - دو جسم با کتله‌های m_1 و m_2 که روی سطح افقی به حالت سکون قرار دارند، تحت تاثیر قوه‌های یک‌سان شروع به حرکت می‌کنند. اگر بعد از گذشت زمان t، سرعت آن‌ها به ترتیب V_1 و V_2 شود، نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ را محاسبه کنید.
10 - جسمی در حالت سقوط است (از مقاومت هوا صرف نظر کنید). چه قوه‌های بر آن وارد می‌شود؟ عکس العمل این قوه را مشخص کنید.
11 - قانون جاذبهٔ نیوتن را بیان کنید و رابطهٔ آن را بنوسید.
12 - دو جسم با کتله‌های 2kg و 5kg در فاصلهٔ $\sqrt{6.67}$ متری از هم‌دیگر قرار دارند، قوهٔ جاذبه‌یی میان آن‌ها را حساب کنید.
13 - در شکل‌های زیر قوهٔ عمودی تکیه‌گاه را حساب کنید ($g = 10 m/s^2$ فرض شود).

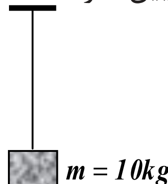


(a)



(b)

14 - مطابق شکل، جسمی را به طنابی بسته و آن را در استقامت عمودی نگه‌داشته ایم:
a) اگر دستگاه با شتاب $2 m/s^2$ به طرف با لا حرکت کند . قوهٔ کشش طناب را حساب کنید.
b) اگر دستگاه با شتاب $2 m/s^2$ به طرف پایین حرکت کند. قوهٔ کشش طناب چند نیوتن خواهد بود؟



c) اگر دستگاه با سرعت ثابت حرکت کند، قوۀ کشش طناب چقدر خواهد بود؟

15 - انواع قوه‌های اصطکاک را نام برده و توضیح دهید که این قوه‌ها چه وقت پدیدار می‌شوند؟

16 - جسمی با کتلۀ 20 کیلو گرام را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک ستاتیکی $\mu_s = 0.5$ قرار داده و آن را با قوۀ افقی 25 نیوتن کش می‌کنیم ولی قادر به تکان دادن آن نیستیم. قوۀ اصطکاک بر حسب نیوتن چه‌اندازه خواهد بود؟

17 - جسمی به انجام فنری درون یک لفت آویزان است، کتلۀ جسم 5kg و ثابت فنر $1000\ N/m$ می‌باشد.

تغییر طول فنر را در حالت‌های ذیل حساب کنید:

a- لفت با شتاب $3m/s^2$ به طرف با لا شروع به حرکت می‌کند.

b- لفت با شتاب $3m/s^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند.

c- لفت با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

18 - می‌خواهیم به جسمی که کتلۀ آن 10kg است شتاب $3m/s^2$ بدهیم. مقدار قوه‌یی را که باید به آن وارد کنیم در حالت‌های ذیل حساب کنید.

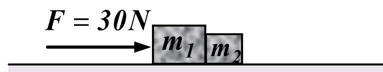
a- جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

b- جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک حرکی 0.1 در حرکت می‌باشد.

c- جسم در راستای قایم به طرف با لا در حرکت می‌باشد.

d- جسم در راستای قایم به طرف پایین در حرکت می‌باشد.

19 - دو جسم m_1 و m_2 بر روی سطح افقی صاف و هموار قرار دارند. مقدار کتلۀ m_1 برابر به 10kg و کتلۀ m_2 برابر به 5kg است. قوۀ افقی $\vec{F}$ که اندازه اش 30N است، مطابق شکل به m_1 وارد می‌شود و آن‌ها را به حرکت شتابی در می‌آورد . تعیین کنید که چه قوه ای از m_1 به m_2 وارد می‌شود؟ شتاب مشترک کتله‌ها را حساب کنید.



20 - کتلۀ کرۀ زمین کم و بیش $6\times10^{24}\ kg$ و کتلۀ کرۀ ماه نزدیک به $7.4\times10^{22}kg$ و فاصلۀ مرکز کرۀ زمین از مرکز کرۀ ماه کمابیش $4\times10^{5}\ km$ است:

a- قوۀ جاذبه‌یی را که زمین بر ماه وارد می‌کند، محاسبه کنید و بگویید که این قوه چه شتابی به ماه می‌دهد؟

b- قوۀ جاذبۀ ماه بر زمین چه‌اندازه است؟ این قوه به زمین چه مقدار شتاب می‌دهد؟

کار، انرژی میخانیکی و طاقت



ورزشکار با تطبیق یک قوه بالای توپ بیسبال، آن را باسرعت بلند آمادهٔ شتاب گرفتن می‌سازد. او با تطبیق قوه‌یی که می‌تواند توپ را ممکن است به فاصلهٔ چندین متر تغییر موقعیت دهد، کاری را انجام خواهد داد که مجموع آن مساوی با انرژی حرکی ($\frac{1}{2}mV^2$) که برای سرعت دادن توپ لازم است، خواهد بود. همین نتیجهٔ به‌دست آمده را قانون (کار- انرژی) می‌گویند.

تاکنون ما حرکت انتقالی یک جسم را از لحاظ سه قانون حرکت نیوتن مطالعه نمودیم. برحسب قوانین بالا، قوه نقش مرکزی را به حیث کمیت تعیین کنندهٔ حرکت بازی می‌کرد. در این فصل و فصل بعدی ما با تحلیل‌های مختلفی از حرکت انتقالی اجسام از لحاظ کمیت‌های انرژی و مومنتم بحث خواهیم کرد.

اهمیت اساسی انرژی و مومنتم در خاصیت تحفظ آن‌ها است، یعنی آن‌هادر حالات عمومی‌ثابت باقی می‌مانند. وجود مقادیر تحفظی نه تنها قدرت دید عمیق بر طبیعت جهان را به‌ما می‌دهد، بلکه طریقهٔ دیگر رسیدن به حل مسایل عملی را به ما نشان می‌دهد. قوانین تحفظ انرژی و مومنتم به خصوص هنگام مطالعهٔ سیستم‌های مختلف اجسام که با قوه‌های مختلف سروکار داشته و حل مسایل مربوط به آن‌ها دشوار و یا نا ممکن به نظر می‌رسد بسیار با اهمیت است. این قوانین در ساحهٔ وسیع پدیده‌ها و حوادث به شمول پدیده‌های جهان اتوم و ذرات هسته‌یی که دیگر قوانین نیوتن در آن‌ها عملی نیست، قابل تطبیق می‌باشد. در این فصل شما دربارهٔ دو مفهوم بسیار مهم کار و انواع مختلف انرژی که با میخانیک سروکار دارند، معلومات حاصل خواهید کرد. این دو کمیت سکالری هستند و چون دارای جهت نیستند، مطالعهٔ آن‌ها نسبت به مقادیر وکتوری آسان‌تر است. انرژی حرکی که با حرکت سروکار دارد و انرژی ذخیره‌یی که به موقعیت یک جسم ارتباط دارد، دو شکل انرژی هستند که در این فصل آن‌ها را مطالعه خواهید کرد. کار، انرژی و طاقت با هم‌دیگر در ارتباط اند، انواع ماشین‌ها که در زنده‌گی روزمره با آن‌ها سروکار داریم، بیشتر توسط اندازهٔ کاری که توسط شان انجام شده می‌تواند و یا طاقتی که تولید می‌کنند، تشریح شده می‌توانند، که در پایان این فصل دربارهٔ مفاهیم ذکر شده معلومات و آشنایی لازم حاصل خواهید کرد.

کاری که توسط قوهٔ ثابت اجرا می‌شود

مفهوم کار چیست؟ کاری که توسط قوهٔ ثابت اجرا می‌شود چگونه است؟ چگونه می‌توان کار را از نگاه فزیک بررسی کرد؟

در فزیک صنف هفت تا اندازه‌یی با مفهوم کار آشنا شدید. برای یاد آوری از آن‌چه که در گذشته مطالعه کردید. فعالیت زیر را انجام دهید.



فعالیت

تعدادی از کارهایی را که در محیط و اطراف خود مشاهده می‌کنید و یا به آن‌ها مواجه می‌شوید، یاد داشت کرده و به صنف گزارش دهید .

در انجام دادن این کارها چه خصوصیات و عنصرهای مشترکی و جود دارد؟ این پرسش را در گروه‌های مختلف به بحث بگذارید و سپس به صنف گزارش دهید.

با توجه به فعالیتی که در بالا ذکر شد . در کارهایی که انجام می‌شوند دو عنصر مشترک وجود دارد.

1 - به اجسام قوه وارد می‌شود .

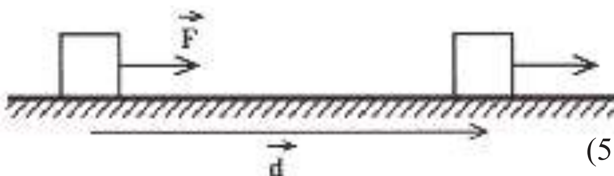
2 - بر اثر اعمال قوه به اجسام، آن‌ها تغییر حالت و موقعیت می‌کنند.

همان‌طور که در شکل (5-1) می‌بینید، شخصی به جسم قوه وارد می‌کند و در نتیجه با عث تغییر مکان جسم می‌شود. با توجه به آن‌چه که گفته شد، می‌توان گفت که (حاصل ضرب مرکبهٔ قوه به جهت تغییر مکان جسم و فاصلهٔ طی شده توسط آن عبارت از کار قوهٔ عامل بالای جسم متحرک می‌باشد.)



شکل (5-1)

یعنی اگر مطابق شکل (5-2)، به جسم قوه‌یی به‌اندازهٔ $\vec{F}$ وارد شود و آن‌را به اندازهٔ d بی‌جا کند، طبق تعریف، کار قوهٔ ثابت F، عبارت است از: $W_f = F \cdot d$........(1)



شکل (5-2)

واحد اندازه‌گیری کار درسیستم SI عبارت از $N \cdot m$ می‌باشد که «ژول» نامیده می‌شود و با علامهٔ J نمایش داده می‌شود، یعنی:

$$1N \cdot m = 1J ....(\ 2)$$

در سیستم cgs، واحد اندازه‌گیری کار عبارت از ارگ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$1 erg = 1 dyne \cdot 1cm ....(3)$$

و در سیستم انگلیسی کار، توسط فت پوند $(foot - pound)$ اندازه‌گیری می‌گردد، که چنین تعریف می‌شود:

$$1J = 10^7 erg = 0.7376 \ \ Lb \cdot ft ....(4)$$



سؤال1: رابطهٔ (4) را در گروه‌های مختلف به کمک اعضای گروه در صنف به اثبات برسانید.

کار، عبارت از یک کمیت سکالری است. به طور مثال اگر در شکل (2-5)، کار را با چند تغییر موقعیت پشت سر هم (متوالی) انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع جبری کارهای انجام شده در هرکدام از تغییر موقعیت‌ها به‌دست آورد.

مثال: شخصی قوهٔ افقی $70N$ را بر جسمی وارد آورده و آن‌را به اندازهٔ $10m$ بی‌جا می‌کند، مقدار کار شخص را دریابید.

حل: بر طبق را بطهٔ (1) داریم که:

$$w = F \cdot d$$

$$w = (70N)(10m) = 700J$$

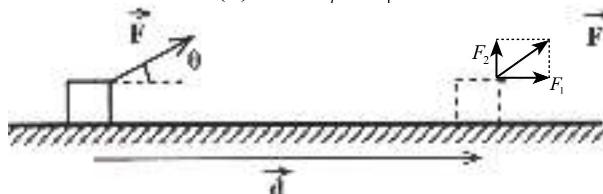


سؤال2: اگر شخصی قوه‌یی برابر با $30N$ را به جسمی‌واردکند. وآن را به‌اندازهٔ $0.5m$ بالاببرد، شخص مذکور چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

با توجه به شکل (ج،1-5)، اگر بین قوهٔ واردهٔ F و تغییر موقعیت d، زاویهٔ θ وجود داشته باشد. کار را چگونه می‌توان تعریف کرد؟ برای این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم.

فرض کنید که قوهٔ وارده به جسم مطابق شکل (3-5) با وکتور تغییر موقعیت، زاویهٔ θ را می‌سازد. در این حالت کار قوهٔ ثابت F به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$w_f = F \cdot d \cos\theta ....(5) \quad \text{و یا} \quad w_f = F_1 \times d = F\cos\theta \cdot d$$

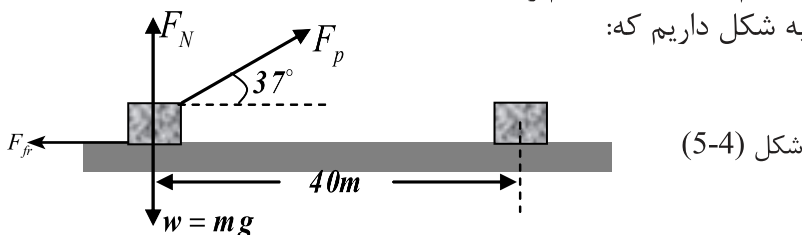


شکل (3-5)

نوت: اگر در رابطهٔ (5)، $\theta = 0$ شود، در نتیجه، رابطهٔ (1) به‌دست خواهد آمد.
مثال: قوهٔ 10N را تحت زاویهٔ °60 به جسمی وارد می‌کنیم، کار قوهٔ F را در فاصلهٔ 6 متری تغییر مکان حساب کنید:
حل: بر طبق را بطهٔ (5) داریم که: $W_f = F \cdot d \cos\theta$

$$W_f = (10N)\,(6m)\cos 60^\circ = 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{60}{2} = 30\ J$$

قوه می‌تواند بر جسمی‌عمل نماید، ولی هیچ کاری انجام نشود. به طور مثال، شما بکس مکتب تان را در دست خود می‌گیرید و حرکت نمی‌کنید، در این حالت شما کاری انجام نمی‌دهید. چرا؟
مثال: شخصی با قوهٔ ثابت $F_p = 100N$، جسم 50kg را به اندازهٔ 40m بی‌جا می‌نماید. اگر زاویهٔ وکتور قوه و وکتور تغییر موقعیت °37 و قوهٔ اصطکاک $50N$ باشد.
a) کار هرکدام از قوه‌هایی را که بالای جسم عمل می‌کنند، به‌دست آورید.
b) مجموع کار انجام شده بالای جسم را حساب کنید.
حل: با توجه به شکل داریم که:



شکل (4-5)

a) کار انجام شده توسط قوه‌های W و F_N، مساوی به صفر است، زیرا:

$$W_g = m \cdot g \cdot d \cos 90^\circ = mgd \times 0 = 0$$

$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = F_N d \times 0 = 0$$

کاری که توسط قوهٔ F_p اجرا می‌شود، مساوی است با:

$$W_p = F_p d \cos\theta = (100N)\,(40m)\cos 37^\circ = 3200\ J$$

$$= 100N \times 40m \times 0.8 = 3200J$$

کاری که توسط قوهٔ اصطکاک انجام می‌شود:

$$W_{fr} = F_{fr} \cdot d \cos 180^\circ = (50N)\,(40m)\,(-1) = -2000\ J$$

b) مجموع کار انجام شده (W_{net}) عبارت است از: $W_{net} = W_g + W_N + W_p + W_{fr}$

$$W_{net} = 0 + 0 + 3200J - 2000J = 1200\ J$$

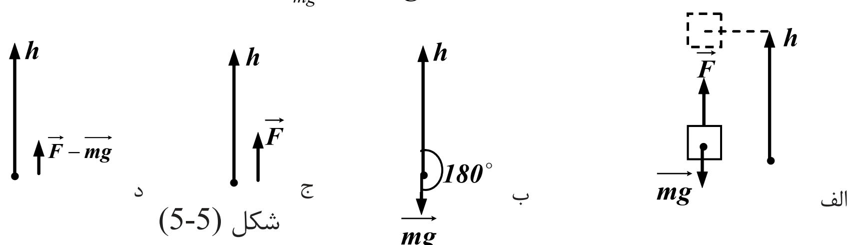
مثال: جسمی‌با کتلهٔ m را مطابق شکل (5-5) به‌اندازهٔ h بالا می‌بریم، کار قوهٔ وزن را دریابید؟

حل: در این حالت زاویهٔ بین وزن و وکتور تغییر موقعیت °180است.

در نتیجه:

$$W_{mg} = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 180° = mgh\ (-1)$$

$$\Rightarrow W_{mg} = -mgh$$

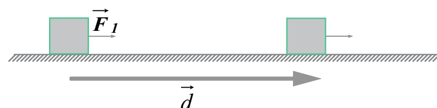


شکل (5-5)

تمرین: در شکل، قوهٔ ثابت F در امتداد افق به جسمی با کتلهٔ m وارد می‌شود و آن‌را در روی سطحی با ضریب اصطکاک حرکی μ_k بی‌جا می‌سازد. مطلوب است:

a) کار قوهٔ F　　b) کار قوهٔ اصطکاک　　c)کار قوهٔ عکس العمل

d)کار قوهٔ وزن　　e) کار محصلهٔ قوه‌ها



5-2: کار و انرژی حرکی

از معلومات گذشته می‌دانیم که انرژی حرکی جسمی‌را با کتلهٔ m و سرعت v توسط رابطهٔ $K_E = \frac{1}{2}mv^2$ نشان داده می‌شود.

هنگامی‌که توپی را در ابتدا عموداً به هوا پرتاپ می‌کنیم، سرعت توپ به تدریج کاهش می‌یابد. این بدین معنا می‌باشد که انرژی حرکی توپ در اثنای بالا رفتن کاهش می‌یابد. برعکس اگر توپ را از حالت سکون از یک بلندی رها کنیم، در نتیجه، انرژی حرکی توپ در اثنای پایین آمدن افزایش می‌یابد.

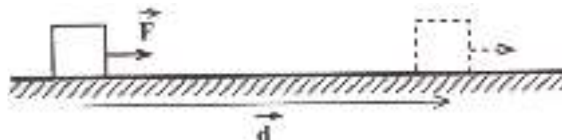
ما در زنده‌گی روزانه، شاهد تغییر انرژی اجسام در محیط اطراف خود هستیم، انرژی حرکی موتری که برک کرده است، کاهش می‌یابد و . . .



فعالیت

مثال‌های دیگری را که درمورد تغییر انرژی حرکی اجسام در اطراف خود می‌بینید، یادداشت کرده و به صنف گزارش دهید.

برای بررسی بهتر را بطهٔ بین کار و انرژی حرکی، جسمی‌با کتلهٔ m را مطابق شکل (6-5) در نظر بگیرید که محصلهٔ قوه‌های وارد بر آن ثابت و برابر با $\vec{F}$ است و جسم تحت تأثیر این قوه به‌اندازهٔ d بر روی یک سطح افقی تغییر مکان می‌کند.



شکل (6-5)

همان‌طور که می‌دانیم کار قوهٔ F با رابطهٔ زیر حساب می‌شود: $W = F \cdot d$

از طرف دیگر با استفاده از قانون دوم نیوتن می‌توانیم بنوسیم که: $F = m \cdot a$

در اثر اعمال قوهٔ F، سرعت جسم از مقدار v_1 در نقطهٔ (1) به مقدار v_2 در نقطهٔ (2) تغییر می‌کند، و چنانکه از گذشته می‌دانیم: $v_2^2 - v_1^2 = 2ad \ . \ . \ . \ . (1)$

ویا $$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

با قرار دادن این رابطه در رابطهٔ $w = F \cdot d$ داریم که:

$$W = F \cdot d = m \cdot a \cdot d = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right) d = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \ . \ . \ . \ . (2)$$

حد اول طرف راست این رابطه، انرژی حرکی جسم در نقطهٔ (2)، و حد دوم آن، انرژی حرکی جسم در نقطهٔ (1) می‌باشد.

در نتیجه اگر دو انرژی حرکی را به ترتیب با k_1 و k_2 نشان دهیم، رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$W = \Delta k \ . \ . \ . \ . \ . (3) \quad \text{ویا} \quad W = k_2 - k_1$$

رابطهٔ (3) قضیهٔ کار و انرژی نامیده می‌شود و بر طبق این قضیه، «کار محصلهٔ قوه‌های وارد شده بریک جسم در یک تغییر مکان، برابر است با تغییر انرژی حرکی جسم در آن تغییرمکان» به اساس این قضیه اگر کار محصلهٔ قوه‌ها ثابت باشد، $k_2 \angle k_1$ است و انرژی حرکی کاهش می‌یابد و همین طور اگر کار محصلهٔ قوه‌ها صفر باشد، $k_2 = k_1$ است و انرژی حرکی جسم تغییر نمی‌کند.



سؤال: مفهومی: در انرژی حرکی اجسام

a) اگر کتلهٔ جسم دو برابر باشد، انرژی حرکی به چه مقدار تغییر خواهد کرد؟

b) اگر سرعت جسم دو برابر شود، انرژی حرکی جسم به چه مقدار تغیر خواهد کرد؟ (در صنف بحث کنید).

مثال: جسمی با کتلهٔ 1kg را از ارتفاع 10m رها می‌کنیم . با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی هنگامی که جسم به زمین می‌رسد، انرژی حرکی آن چقدر است؟ تعیین می‌نماییم.

($g = 10\,m/s^2$ فرض شود).

حل: در این مثال تنها قوهٔ داده شده به جسم، قوهٔ وزن است و کار این قوه برابر است با:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot h \cos 0° = (1kg)(10\,m/s^2)(10m)(1) = 100\ J$$

چون انرژی حرکی اولیهٔ جسم صفر است، پس می‌توانیم بنوسیم: $W = k_2 - k_1$

$$100 = k_2 - 0 \Rightarrow k_2 = 100\,J$$

مثال: موتری با کتلهٔ $1500kg$ با سرعت $72km/h$ در حرکت است. اگر درایور برک بگیرد، موتر پس از طی مسافتی ایستاد می‌شود. کار قوهٔ اصطکاک ویا کار قوهٔ برک بالای موتر را به دست آورید؟

حل: سرعت موتر قبل از برک کردن برابر است با: $V_1 = \frac{72.1000}{3600} = 20m/s$

و انرژی حرکی آن قبل از برک کردن مساوی است با:

$$k_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2}(1500kg)(20m/s)^2 = 300.000\ J$$

چون موتر بعد از برک کردن متوقف می‌شود، $k_2 = 0$ است. از طرف دیگر قوهٔ اصطکاک، قوهٔ عمودی تکیه‌گاه و قوهٔ وزن، قوه‌هایی هستند که برجسم اثر می‌کنند و در نتیجه:

$$W_{net} = W_f + W_N + W_{mg}$$

ولی کار قوهٔ عمودی تکیه‌گاه و قوهٔ وزن برابر به صفر است (چرا؟). در نتیجه:

$$W_{net} = W_f = k_2 - k_1 = 0 - 300.000 = -300.000\ J$$

تمرین1: موتری باکتلهٔ 1 تن با سرعت $36km/h$ در حرکت است. درایور موترناگهان برک می‌کند . اگر ضریب اصطکاک حرکی بین جاده و تایرهای موتر 0.5 باشد. موتر پس از طی چه مسافتی متوقف می‌شود؟ ($g = 10m/s^2$ فرض شود).

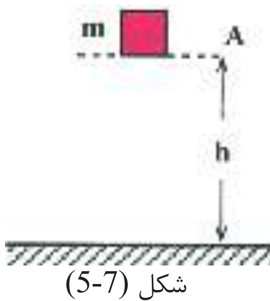
تمرین2: جسمی‌را از ارتفاع h رها می‌کنیم . با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی سرعت آن را در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ به‌دست آورید. (از مقاومت هوا صرف نظر کنید) .

تمرین3: چه مقدار کار لازم است تا سرعت موتری با کتلهٔ 1000kg از $20m/s$ به $30\,m/s$ برسد؟



کار و انرژی پتانسیل

در درس گذشته در مورد کار و انرژی حرکی موضوعاتی را آموختیم و رابطه بین کار و انرژی حرکی را به دست آوردیم . حال به بررسی این پرسش می‌پردازیم که را بطهٔه بین کار و انرژی پوتانسیل چگونه است؟ همان طور که می‌دانیم انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی آن انرژی است که جسم به علت ارتفاع‌اش از سطح زمین دارد. یعنی اگر جسم مطابق شکل (5-7) در ارتفاع h از سطح زمین قرار داشته باشد، دارای انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی است. برای بالابردن جسم از سطح زمین تا ارتفاع h باید کار انجام دهیم . چون با انجام این کار، جسم انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را کسب کرده است، پس گفته می‌توانیم که کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل در جسم ذخیره می‌شود.



شکل (5-7)

در این درس این انرژی را به صورت کمی‌تعریف کرده و رابطهٔ آن را با کار به‌دست خواهیم آورد.

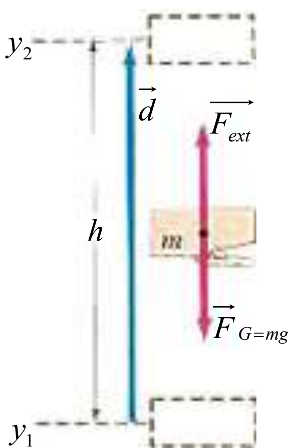
با توجه به شکل (5-7)، کاری که توسط قوهٔ F انجام می‌شود تا کتلهٔ m را به بلندی h بالا ببرد، عبارت است از:

$$W_P = F \cdot d\cos\theta^\wedge = m \cdot g \cdot h\cos 0^\circ = mg(h_2 - h_1)$$

در نتیجه می‌توان نوشت که: $W_P = mgh_2 - mgh_1 = \Delta p$

یعنی کاری که توسط قوهٔ F برای بالابردن کتلهٔ m از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 مصرف می‌شود عبارت از تفاضل انرژی پوتانسیل در آن می‌باشد، یعنی: $u = W_P = \Delta p$

با توجه به نکات فوق انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی را می‌توان به صورت ذیل تعریف کرد: «انرژی پوتانسیل جاذبه‌یی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطهٔ یاد شده منتقل کنیم.»



شکل (5-8)



بحث کنید

در گروه‌هـــای مختلـــف صنفی، با توجه به شـــکل (5-8)، کار قوهٔ جاذبه را به‌دســـت آوریـــد. و نتیجه را به صنف گزارش دهید.



فعالیت

در گروه‌هــای مختلف صنفی جدول زیر را برای بلندی‌های یادشــده تکمیل کنیــد، و نتیجه را به صنف گزارش دهید:

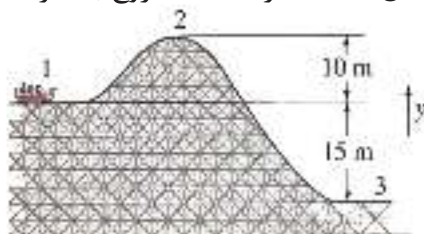
بلندی	انرژی حرکی	انرژی پوتانسیل	مجموع انرژی های حرکی و پوتانسیل
h			
$\frac{1}{2}\times h$			
$\frac{1}{4}\times h$			
0			

نوت: لازمٍ به تذکر است که اگر شرط با سرعت ثابت در تعریف انرژی پتانسیل ذکر نمی‌شد، و مثلاً سرعت جسم افزایش می‌یافت، مقداری از کار صرف افزایش انرژی حرکی جسم می‌گردید.

تمرین: شکل 9-5 نشان می‌دهدکه متحرکی با کتلهٔ 1000kg از نقطهٔ 1 شروع به حرکت می‌کند و از نقاط 2 و 3 می‌گذرد.

a) انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را در نقطه‌های 1 و 2 به‌دست آورید.

b) تفاوت انرژی پتانسیل بین نقطه‌های 2 و 3 را حساب کنید.

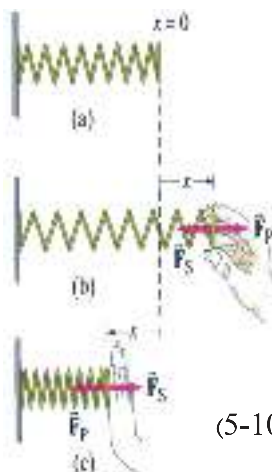


شکل (9-5)

3-5: کاری که به‌وسیلهٔ فنر بالای کتله انجام می‌شود

چگونه می‌توان کاری راکه توسط یک فنر بالای کتله ای انجام می‌شود اندازه‌گیری کرد؟

برای بررسی این موضوع فنری را مانند شکل زیر در نظر بگیرید. اگر فنر مذکور راتوسط قوهٔ عضلاتی به‌اندازهٔ d_x کش نماییم، در این صورت قوهٔ عضلاتی، کار $(dw = F \cdot d_x)$ را انجام می‌دهد. اگر توسط دست خویش بالای فنر قوهٔ F را وارد نماییم و فنر را به‌اندازهٔ X کش یا فشرده سازیم، مقدار این قوه با مقدار فاصلهٔ فنر را بطهٔ یک راست دارد. بنابراین:



شکل (10-5)

$$F_p \alpha X \Rightarrow F_p = KX \text{........}(1)$$

در این رابطه، k ضریب ثابت فنر اســت. فنر کش شــده و یا فشرده شده نیز قوه‌یی بر خلاف جهت قوهٔ F_p بالای دست وارد می‌سازد. چرا؟ (توضیح دهید).

پس می‌توان نوشت که: $F_s = -KX \ . \ . \ . \ . \ . \ (2)$ (قوهٔ ارتجاعی فنر)

علامهٔ منفی در این رابطه نشان می‌دهد که F_s خلاف جهت x عمل می‌نماید و دو قوهٔ F_p و F_s در خلاف جهت یک‌دیگر اند. همان‌طور که می‌دانیم، را بطهٔ (2) قانون هوک را ارایه می‌دارد. و در نتیجه می‌توان نوشت: $F_p = -F_s \ . \ . \ . \ . \ (3)$

کاری که توسط قوهٔ F_p انجام می‌گردد عبارت است از: $dw = -F_p \cdot d_x$

با استفاده از رابطهٔ (2)، $-F_p = KX$ داریم که: $\Rightarrow dw = \vec{kx} \cdot \vec{dx}$

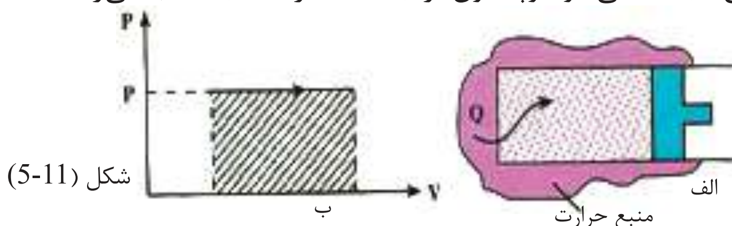
چون F_p از موقعیت تعادل $X_1 = 0$ تا هر موقعیت بعدی X تحول خطی دارد، بنابرآن قوهٔ متوسط $\overline{F}$ عبارت از، $(\overline{F} = \frac{1}{2}(0 + KX) = \frac{1}{2}KX)$ و کار مجموعی انجام شده $(W = \overline{F}X = \frac{1}{2}KX \times X = \frac{1}{2}KX^2)$ می‌باشد، که این کار را به نام انرژی پوتانشیل فنر نیز یاد می‌کنند.

مثال: ضریب ثابت فنری $405\,N/m$ است. مقدار کار فنر را به‌اندازهٔ 3cm که تغییر طول دهد، دریابید؟

حل: $w = \frac{1}{2}(405\,N/m)(0.03m)^2 = 0.182\,J$

کاری که به‌وسیلهٔ گاز با فشار ثابت بالای پستون اجرا می‌شود

برای بررسی کاری که به‌وسیلهٔ گاز بالای پستون اجرا می‌شود، گازی را مطابق شکل (الف،11-5) در داخل پستونی که بایک منبع حرارت در تماس است در نظر بگیرید. گاز ابتدا در فشار P و حجم v_1 در حالت تعادل قرار دارد. (فرض کنید اصطکاک بین پستون و استوانه قابل صرف نظر باشد) در این صورت، فشار گاز با فشار محیط برابر است. چرا؟ به علت اختلاف حرارت بین منبع و سیستم، مقدار کمی‌از حرارت به گاز منتقل می‌شود که در نتیجه، گاز کمی‌منبسط می‌شود وپستون، را به سمت راست به عقب می‌راند.



شکل (11-5)

اگر حرارت دادن به گاز را به همین ترتیب به صورت آهسته ادامه دهیم، گاز به کندی منبسط می‌شود و پستون بسیار آهسته به طرف راست حرکت می‌کند. در این حالت، شتاب حرکت پستون بسیار کوچک خواهد بود. در نتیجه، قوه‌یی که گاز به پستون وارد می‌کند باید با قوه‌یی که محیط به پستون وارد می‌کند، برابر باشد. بنابر این، می‌توان گفت که در اثنای حرارت دادن، همواره فشار گاز با فشار محیط برابر است، یعنی در اثنای این عمل، فشار گاز ثابت باقی می‌ماند. گراف فشار- حجم $(p-v)$ در این عملیه در شکل (ب، 5-11) نشان داده شده است. در این عمل، هم حرارت و هم کار مبادله می‌شوند. در ابتدا کار را محاسبه می‌کنیم. اگر فشار گاز P باشد، گاز در اثنای عملیه، قوهٔ $F = P \cdot A$ را به پستون وارد می‌کند که در آن A عبارت از مساحت پستون است. اگر تغییر مکان پستون برابر با d باشد، کار W که سیستم برروی محیط انجام می‌دهد از رابطهٔ $W = F \cdot d = (P \cdot A)d$ به‌دست می‌آید:

ولی Ad، عبارت از تغییر حجم استوانه است که برابر است با $\Delta V = V_2 - V_1$

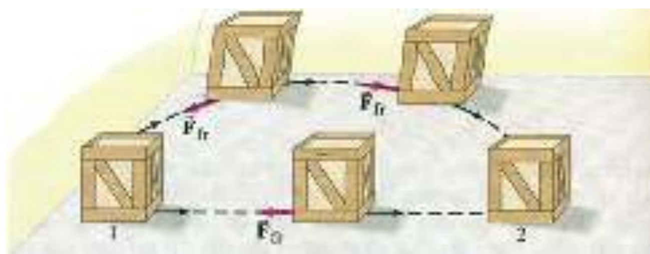
در نتیجه: $W = P\Delta V$ ....(4)

رابطهٔ (4) اخیر عبارت از کاری است که پستون برروی محیط انجام می‌دهد.

5-4: قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی

قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی چگونه قو ه‌هایی هستند؟ چه تفاوتی میان این دوقوه وجود دارد؟ همان‌طورکه می‌دانیم اگر بخواهیم جسمی‌را از ارتفاع h_1 به بلندی h_2 بالا ببر یم باید انرژی مصرف کنیم وکار انجام دهیم . در این حالت کار انجام داده شده به مسیر راه بسته‌گی ندارد؛ بلکه تنها به نقطهٔ آغاز و انجام بسته‌گی دارد. به چنین قوه‌هایی، قوه‌های تحفظی گویند. قوهٔ جاذبهٔ زمین نمونهٔ خوبی از قوه‌های تحفظی می‌باشد. در صورتی‌که کار انجام شده توسط قوهٔ F، به مسیر راه‌بسته‌گی داشته باشد، در این صورت به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند. نمونهٔ خوبی از این قوه‌ها، عبارت از قوهٔ اصطکاک می‌باشد. همان طورکه در شکل (5-12) می‌بینید، زمانی‌که جسم از یک نقطه به نقطهٔ دیگر حرکت داده می‌شود. کاری که انجام شود بسته‌گی به مسیر پیموده شده توسط جسم دارد. چنانکه در شکل دیده می‌شود، جسم از موقعیت 1 تا موقعیت 2 از طریق دو مسیر حرکت کرده می‌تواند. 1) مسیر مستقیم 2) مسیر منحنی.

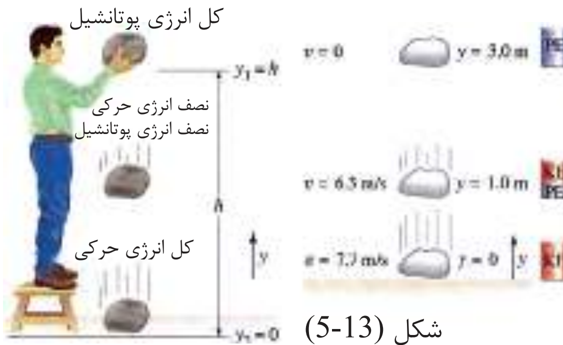
اگر جسم از موقعیت 1 تا موقعیت 2 از مسیری منحنی حرکت کند، کار قوهٔ اصطکاک بیشتر از کار قوهٔ اصطکاکی است که همان جسم از مسیر مستقیم حرکت می‌کند.



شکل (5-12)

5-5: تحفظ انرژی میخانیکی

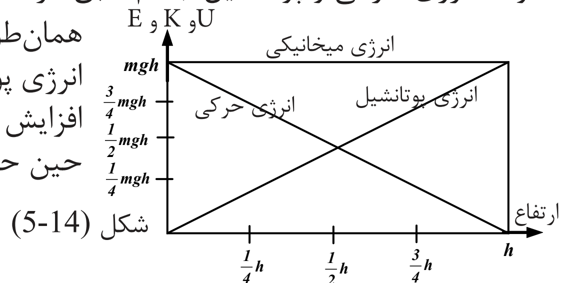
تحفظ انرژی میخانیکی چیست؟ هنگامی که جسمی را با کتلۀ m از ارتفاع h رها کنیم، انرژی پوتانشیل و انرژی حرکی جسم تغییر خواهند کرد؟ چرا؟ چه رابطه‌یی بین انرژی حرکی و پوتانشیل وجود دارد؟ در صورتی‌که تنها قوه‌های تحفظی بالای جسم عمل کند، ما به یک نتیجۀ بسیار ساده و زیبا می‌رسیم.



شکل (5-13)

برای توضیح این نتیجه و پاسخ به پرسش‌های بالا جسمی‌را که دارای کتلۀ m است در نظر بگیرید که به فاصلۀ y از سطح زمین رها شده است (شکل روبرو). دیده می‌شود که در نتیجۀ سقوط، انرژی حرکی و پوتانشیل جسم طبق گراف شکل زیر تغییر می‌کند.

همان‌طور که دیده می‌شود، در حین سقوط، انرژی پوتانشیل جسم کاهش و انرژی حرکی آن افزایش می‌یابد. ولی مجموع این دو انرژی در حین حرکت در هر لحظه ثابت باقی می‌ماند.



شکل (5-14)

با دانستن مفاهیم بالا، حال به بررسی کمیت جدیدی به نام انرژی میخانیکی (E) می‌پردازیم که عبارت از مجموع انرژی حرکی و پوتانیشل می‌باشد، و همان‌طور که در مثال بالا دیدید، مقدار این کمیت در سقوط آزاد جسم همیشه ثابت باقی می‌ماند، یعنی با زیاد شدن انرژی پوتانشیل مقدار انرژی حرکی کم می‌شود و برعکس، یعنی $K_E + P_E = const = M_E$
هر چند تحفظ انرژی میخانیکی در مورد مثال بالا نشان داده شده است، ولی می‌توان نشان داد که با قوه‌هایی مانند کشش فنر، قوۀ برقی و ... نیز انرژی میخانیکی ثابت باقی می‌ماند. از معادلۀ فوق نتیجه می‌شود که در یک سیستمی‌که قوه‌های خارجی بالای آن عمل ننماید، مجموع انرژی پوتانشیل و حرکی ثابت می‌باشند که این قانون به‌نام قانون تحفظ انرژی میخانیکی یاد می‌گردد.

مثال: جسمی‌با کتلۀ 0.5kg را از ارتفاع 2m با سرعت $10m/s$ به بالا پرتاب می‌کنیم. بالا رفتن جسم را در حد اکثر دریابید. ($g = 10m/s^2$ فرض می‌شود و از مقاومت هم صرف نظر شود)

حل: انرژی حرکی جسم در نقطهٔ پرتاب برابر است با: $K_1 = \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}(0.5)\ (10)^2 = 25J$
و انرژی پوتانشیل آن در همین نقطه برابر است با: $P_{E_1} = u_1 = mgh_1 = 0.5\times10\times2 = 10J$
هم‌چنان انرژی حرکی جسم در بالاترین نقطه، $K_2 = 0$ است و انرژی پوتانشیل جاذبه‌یی آن در این نقطه برابر است با: $P_{E_2} = u_2 = mgh_2 = 0.5\times10\times h_2 = 5h_2$
براساس تحفظ انرژی میخانیکی می‌توان نوشت که:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$
$$10 + 25 = 5h_2 + 0$$
$$\Rightarrow 35 = 5h_2 \Leftrightarrow h_2 = 7m$$

کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی

در دورس قبلی با قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی آشنا شدید و همچنین با کار انجام شده توسط قوه‌های تحفظی نیز آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که کار قوه‌های غیر تحفظی چگونه است؟ آیا کاری که توسط قوه‌های تحفظی و غیر تحفظی اجرا می‌شوند یک‌سان هستند؟ چرا؟

مثال: با توجه به آموخته‌های قبلی، چند مثال از قوه‌های غیر تحفظی می‌آوریم و در مورد آن بحث می‌کنیم.

حل: کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی به مسیر راه بسته‌گی دارد، یک نمونهٔ خوب از این نوع قوه‌ها عبارت از قوهٔ اصطکاک می‌باشد. به طور مثال اگر شما جسمی‌را که بر روی سطح زمین قرار دارد به صورت‌های مختلف تغییر مکان دهید، (به صورت منحنی، خط مستقیم و یا به حالت منکسر یا زیگزاکی) در هر یک از این تغییر مکان‌ها، کار انجام داده شده توسط قوهٔ اصطکاک از یک‌دیگر فرق می‌کند.



بحث کنید

در گروه‌های مختلف صنفی در مورد این‌که چرا انرژی پوتانشـیل تنها برای قوه‌های تحفظی تعریف شـده می‌تواند؟ بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

حال با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی ($w_{net} = \Delta k$) به بررسی دقیق‌تر کار انجام داده شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌پردازیم که در بر دارندهٔ انرژی پوتانشیل نیز می‌باشد. فرض کنید که چندین قوه بالای یک جسم عمل می‌کند و جسم زیر تأثیر این قوه‌ها تغییر مکان می‌کند، و فرض کنید که فقط تعدادی از این قوه‌ها تحفظی و باقی مانده قوه‌های غیر تحفظی می‌باشند. در این حالت، کار مجموعی انجام داده شده توسط این دو نوع قوه را می‌توان این‌گونه نوشت: $W_{net} = W_c + W_{Nc}..........(1)$

W_c کاری است که توسط قوه‌های تحفظی، و W_{Nc} کاری است که توسط قوه‌های غیر تحفظی انجام می‌شود.

حال با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$W_{net} = \Delta k$$
$$\rightarrow W_c + W_{Nc} = \Delta k \qquad , \Delta k = k_2 - k_1$$
$$\rightarrow W_{Nc} = \Delta k - W_c..........(2)$$

کاری که توسط قوه‌های تحفظی انجام می‌شود را می‌توان به شکل انرژی پوتانشیل نوشت.
همان‌طور که از دروس قبلی آموختید: $W_c = -\Delta u ....(3)$

حال با تعویض W_c از رابطهٔ (3) در رابطهٔ (2) می‌توان نوشت که:

$$W_{Nc} = \Delta k - (-\Delta u)$$

$$\rightarrow (W_{Nc} = \Delta k + \Delta u) ....(4)$$

رابطهٔ (4) یک رابطهٔ کلی برای کار انجام شده توسط قوه‌های غیر تحفظی می‌باشد.

5-6: توان (طاقت)

توان چیست ؟ توان، کار و زمان چه رابطه‌یی با یک‌دیگر دارند؟
در فزیک صنف هفت، در بارهٔ توان آگاهی‌هایی حاصل نمودید. هم‌چنان در درس‌های گذشته در مورد محاسبهٔ کار انجام شده بحث شد. ولی در مورد زمانی که این کار انجام می‌شود، صحبتی به‌عمل نیامد. کار می‌تواند کند و یا سریع‌تر انجام شود، یک جسم را می‌توانیم در 10 یا 15 ثانیه به یک ارتفاع معین بالا ببریم. در هر دومورد کار انجام شده یک‌سان است، ولی در مورد اول کار سریع‌تر انجام شده است. برای در نظر گرفتن زمان انجام کار، کمیت مناسبی را به نام توان تعریف می‌کنیم. همان‌طورکه در فزیک صنف هفتم نیز خواندید. کار w که در زمان t انجام می‌شود، توسط توان (p) به صورت کار انجام شده در واحد زمان تعریف می‌شود. یعنی: $P = \frac{w}{t} \; . \; . \; . \; . \; (5-18)$

واحد اندازه‌گیری توان درسیستم SI، ژول بر ثانیه (J/s) است. که به افتخار کارهای علمی جیمز وات، وات (w) نامیده می‌شود و هم‌چنان توان (P) از جنس قوه و سرعت از رابطهٔ زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$P = \frac{w}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot v$$



فعالیت

در گروه‌های مختلف صنفی جدول رابطه بین کار، زمان، و توان را در زیر خانه پری کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

$W(J)$	$t(s)$	$P = \frac{w}{t}$ (watt)
10	2	?
10	1	?
20	$1/2$	?
80	$1/4$	?

مثال: کوهنوردی باکتلهٔ $60\ kg$ در مدت 4 ثانیه ار تفاع $4.5m$ را طی می‌کند. توان کوهنورد را به‌دست آورید. ($g = 9.8\, m/s^2$ فرض شود).

حل: ابتدأ کار انجام شده توسط کوهنورد را به‌دست می‌آوریم:

$$w = m\cdot g\cdot h = (60\ kg)\ (9\cdot 8\ {}^{m}/_{s^2})\ (4\cdot 5\ m) = 2646\ \ J$$

$$P=\frac{w}{t}=\frac{mgh}{t}=\frac{2646J}{4s}=661.5\,w$$

هر وسیله‌یی مانند موتر، جاروب برقی، لفت وغیره که کاری انجام می‌دهد، انرژی مصرف می‌کند. برای استفاده از این و سیله‌ها باید به آن‌ها انرژی داد. این انرژی را انرژی ورودی یا مصرفی می‌نامند. از آنجا که مقداری از این انرژی به علت اصطکاک تلف و یا صرف حرکت دادن اجزای و سیله می‌شود، بنا برآن کار یا انرژی مفید خروجی وسیله با انرژی ورودی آن برابر نیست. در نتیجه، فقط مقداری از انرژی ورودی قابل استفاده است . این مقدار بیشتر به صورت فیصدی بیان می‌شود و با زده یا مؤثریت نامیده می‌شود.

$$\text{مؤثریت (بازده)} = \frac{\text{کار خروجی}}{\text{کار ورودی}}\times 100$$



خلاصهٔ فصل پنجم

- حاصل ضرب مرکبهٔ قوه به جهت تغییر مکان و فاصلهٔ طی شده توسط آن، کار قوهٔ عامل بالای جسم متحرک نامیده می‌شود و می‌توان به ساده‌گی گفت که : کار عبارت از حاصل ضرب قوه در فاصلهٔ تغییر مکان است، یعنی: $W = F\cdot d$

- هرگاه قوه تحت یک زاویهٔ معین (θ) به جسم وارد شود و جسم را به‌اندازهٔ d بی‌جا نماید،کار انجام شده توسط قوهٔ F عبارت خواهد بوداز: $w=(F\cos\theta)\,d = Fd\cos\theta$

- کار انجام شده توسط قوهٔ F، منفی خواهد بود، در صورتی‌که $\theta > 90^\circ$ باشد.

- در صورتی‌که بیش از یک قوه بالای جسم عمل نماید، کار مجموعی عبارت ازحاصل جمع هریک از کارها به صورت جداگانه می‌باشد، یعنی: $W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$

ویا کار مجموعی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$W_{total} = (F_{total}\cos\theta)\,d = F_{total}\ d\ \cos\theta$$

- واحد اندازه‌گیری کار در سیستم SI، عبارت از ژول (J) است، $1J = 1N\cdot m$

- کار انجام داده شده توسط فنری که به‌اندازهٔ x فشرده و یا کشیده شده است، عبارت است از:

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

- هرگاه کار انجام شده توسط قوهٔ F به مسیر راه بسته‌گی نداشته، بلکه تنها به نقطهٔ آغاز و انجام بسته‌گی داشته باشد، به چنین قوه‌ها، قوه‌های تحفظی گویند و بر عکس در صورتی‌که کار انجام شده به مسیر بسته‌گی داشته باشد، به این نوع قوه‌ها، قوه‌های غیر تحفظی می‌گویند.
- کار مجموعی، عبارت از تفاصل انرژی حرکی در دو نقطهٔ 1 و 2 است، یعنی:

$$W_{total} = \Delta k = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

نوت: انرژی حرکی همیشه یا مثبت است و یا صفر.
- قانون تحفظ انرژی بیان می‌نماید که: انرژی می‌تواند از یک حالت به حالت دیگر تبدیل شود، اما انرژی مجموعی همیشه ثابت باقی می‌ماند.

$$K + U = \cos\tan t = E$$

- کاری که به‌وسیلهٔ گاز بالای پستون اجرامی‌شود عبارت است از:

$$W = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

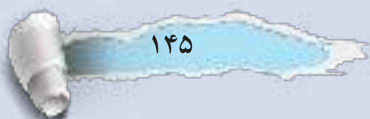
- طاقت، عبارت است از کار انجام داده شده بر مقدار زمان مصرف شده برای انجام آن کار یعنی:

$$p = \frac{w}{t}$$

و هم‌چنین طاقت را می‌توان این‌گونه نوشت: $P = \frac{F \cdot d}{t} = F \cdot V$
- واحد اندازه‌گیری طاقت در SI عبارت از وات (W) است:

$$1\,W = 1\,J/s$$

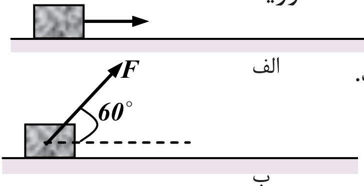
$$746\,W = 1\,hp$$



سؤال‌های فصل پنجم

1 - کار را تعریف کنید، واحد اندازه‌گیری آن را در سیستم SI نام برده و نوع این کمیت (وکتوری یا سکالری) را مشخص کنید.

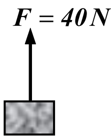
2 - به جسمی‌قوهٔ $F = 100\ N$ وارد می‌شود و آن را در جهت افقی به‌اندازهٔ 20m تغییر مکان می‌دهد. کار انجام شده توسط این قوه را در مواردذیل به‌دست آورید:



a) قوه به صورت افقی بر جسم وارد شود.

b) قوه تحت زاویهٔ $\theta = 60°$ نسبت به افق، بر جسم واردشود.

3 - به جسمی‌باکتلهٔ $m = 3kg$، قوهٔ F مطابق شکل ذیل وارد می‌شود وآن را درجهت قایم (عمودی) بالا می‌برد. با صرف نظر از مقاومت هوا:



a) شتاب حرکت جسم را به‌دست آورید.

b) کار قوهٔ F را در بالا بردن جسم به ارتفاع 10m حساب کنید.

c) کارقوهٔ وزن W را در بالا بردن جسم تعیین کنید.

d) کار قوهٔ محصله رامشخص کنید.

4 - جسمی‌با کتلهٔ m از سطح زمین به طرف بالا به‌طور قایم پرتاب می‌شود و تا ارتفاع h بالا می‌رود. کار قوهٔ وزن را در این ارتفاع (فاصلهٔ عمودی)به‌دست آورید.

5 - توضیح دهیدکه در کدام یک از دو حالت ذیل، کار مساوی به صفر است؟ چرا؟

a) اگر شخصی، جسمی‌را در دست نگهدارد (با آن‌که شخص خسته می‌شود).

b) اگر شخصی،جسمی‌را بادست نگه داشته و آن را با سرعت ثابت دراستقامت افقی تغییر موقعیت دهد.

6 - مطابق شکل، به جسمی‌با کتلهٔ $m = 10kg$، قوهٔ افقی $F = 200\ N$ وارد می‌شود و جسم را به‌اندازهٔ 20m در استقامت افقی تغییرموقعیت می‌دهد. (قوهٔ اصطکاک حرکی برابربه 20N است):

a) در یک رسم تمام قوه‌های وارده بر جسم رانشان دهید.



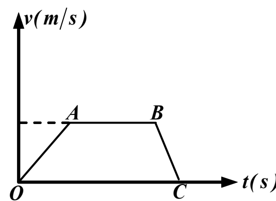
b) کار هریک از قوه‌ها را به صورت جداگانه حساب کنید.

c) جمع جبری تمام کارها را به‌دست آورید.

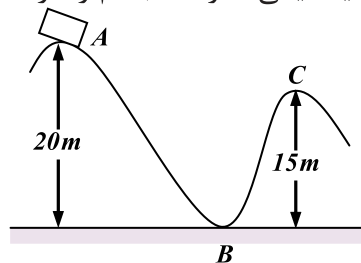
7 - علامهٔ کار انجام شده توسط یک قوه را تحت زاویه‌های مختلف بررسی کنید.

8 - انرژی حرکی راتعریف کنید و را بطهٔ آن را ثبوت کنید.

9 - قضیهٔ کار و انرژی را بیان کنید و رابطهٔ آن را بنوسید.
10 - با توجه به قضیهٔ کار و انرژی توضیح دهیدکه:
a) چه موقع انرژی حرکی جسم افزایش می‌یابد؟
b) چه موقع انرژی حرکی جسم کاهش می‌یابد؟
c) چه موقع انرژی حرکی جسم تغییر نمی‌یابد؟
11 - جسمی‌با کتلهٔ 20kg را از ارتفاع 45m از سطح زمین رها می‌کنیم . با صرف نظر از مقاومت هوا وبا استفاده از قضیهٔ کار وانرژی،انرژی حرکی جسم و سرعت آن را درلحظهٔ رسیدن به سطح زمین حساب کنید.
12 - در شکل روبرو علامهٔ کار محصلهٔ قوه‌های وارد بر جسم را در هریک از مراحل حرکت با ذکر دلیل مشخص کنید.



13 - انرژی پتانسیل را تعریف کنید و سه نوع آن را نام ببرید.
14 - انرژی پتانسیل جاذبه‌یی را تعریف کنید و را بطهٔ آن را بنوسید.
15 - انرژی پتانسیل فنر از چه طریقی بوجود آمده و درآن ذخیره شده است؟
16 - قانون تحفظ انرژی میخانیکی را بیان کنید.
17 - جسمی‌از نقطهٔ A بدون سرعت اولیه روی سطح بدون اصطکاک رها می‌شود، با استفاده از قانون تحفظ انرژی میخانیکی، سرعت جسم را در نقاط B و C پیدا کنید.



18 - جسمی‌با کتلهٔ 2kg را با سرعت ثابت به فاصلهٔ 1m در مدت 0.2 ثانیه با لا می‌بریم. این کار با چه طاقتی صورت می‌گیرد؟
19 - انرژی ورودی یا مصرفی چیست؟ توضیح دهید.
20 - بازده یا مؤثریت را تعریف کنید و را بطهٔ آن را بنوسید.

مومنتم خطی و امپولس



در این فصل برای توسعهٔ بیشتر علم میخانیک با معرفی دو کمیت دیگر به نام‌های ضربه (impulse) و مومنتم (momentum) به بحث خود ادامه خواهیم داد.
وقتی یک قوه بالای یک جسم در فاصلهٔ زمان معین عمل می‌کند، قوهٔ مذکور یک تغییر سرعت را در جسم به وجود می‌آورد. امپولس این قوه (برای قوهٔ ثابت) عبارت از حاصل ضرب قوه و زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند و یا به عبارهٔ دیگر می‌توانیم بگوییم که مساحت تحت منحنی (قوه- زمان)، (برای زمانی‌که قوه در حال تغییر است) عبارت از امپولس است. همین طور تغییر در سرعت جسم نیز به حیث امپولس قوه‌یی که بالای جسم عمل می‌کند، تعریف شده است. و هم‌چنان حاصل ضرب کتلهٔ جسم در سرعت آن را به‌نام مومنتم که یک کمیت بسیار مهم فزیکی است و به سمبول M نمایش داده می‌شود، یاد می‌کنند. امپولس و مومنتم هر دو کمیت‌های فزیکی وکتوری هستند. در این فصل ما دو اصل مهم را مطالعه خواهیم کرد. یکی اصل امپولس- مومنتم و دومی‌اصل تحفظ مومنتم خطی. در ارایهٔ محتویات این فصل، مهم است بدانیم که هر دو اصل ذکر شده (که گاهی هم به نام قوانین ویا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند)، در حقیقت ادامهٔ بحث قوانین نیوتن است که در فصل قبلی مطالعه نمودید. به این معنی که این دو قاعدهٔ اساسی، توسعهٔ قوانین نیوتن هستند که در واقع با شناسایی مقادیر فزیکی امپولس و مومنتم تکمیل شده‌اند.
در این فصل مطالب زیر را پیرامون این مبحث مطالعه خواهیم کرد:
- موقعیت و سرعت یک جسم می‌تواند با تطبیق یک قوه تغییر کند.
- بیان کردن رابطه بین قوه‌یی که بر کتلهٔ معین یک جسم عمل می‌کند و درجهٔ تغییر سرعت آن جسم، (قانون دوم نیوتن).
- تعریف کردن امپولس یک قوه و مومنتم.
- شرح تحفظ مومنتم در تصادم دو جسمی‌که روی یک خط مستقیم در حرکت اند.
- توضیح مثال‌هایی از طبیعت تحفظ مومنتم خطی.
- تعریف و توضیح مفاهیم تصادم‌های ارتجاعی و غیر ارتجاعی.

حرکت مستقیم الخط و امپولس (ضربه)

(6-1) امپولس (ضربه): آیا تا به حال از خود پرسیده اید که ضربه چیست؟ هنگامی‌که به جسمی‌ضربه وارد می‌کنید، چه اتفاقی می‌افتد؟

قرار تعریف ضربه یا امپولس عبارت از حاصل ضرب قوهٔ F و زمان t است. یعنی:

همان‌طور که از رابطهٔ بالا دیده می‌شود، امپولس را با حرف I نمایش می‌دهند که $I = Ft$ با قوه و زمان رابطهٔ مستقیم دارد. امپولس و مومنتم دارای واحد اندازه‌گیری یک‌سان می‌باشند. چرا؟

در بسیاری از حالت‌ها زمان تأثیر قوه بالای یک جسم نقطه‌یی چنان کوتاه می‌باشد که ما مجبور می‌شویم از مفاهیم مشتق و انتیگرال استفاده کنیم که شما در ریاضی صنف دوازدهم خواهید آموخت. حال فرض می‌کنیم که قوهٔ F در مدت زمان Δt بالای یک جسم عمل می‌کند. در این صورت ضربهٔ قوهٔ F را در زمان Δt با ΔI چنین نشان می‌دهیم: $\Delta I = F \cdot \Delta t$

در زنده‌گی روزمره مشاهده می‌کنیم که ما برای تغییر دادن موقعیت و یا سرعت یک جسم، باید قوه‌یی را بر آن جسم وارد کنیم. در مباحث قبلی، در آغاز قوانین حرکت نیوتن دربارهٔ قوه و اثرات آن و هم‌چنان تعریف واحدهای قوه (نیوتن و داین) معلومات حاصل نمودید. در شکل (6-1) جسمی‌با کتلهٔ m در موقعیت x_1 وسرعت v_1 در زمان t_1 روی محور x توسط قوهٔ ثابت F در حرکت است. ما چنین حرکتی را از این پیش خوانده بودیم، ولی برای تکرار و توسعهٔ معلومات قبلی باز از آن یاد آور می‌شویم. به منظور آسانی کار مطالعات خود را به حرکت روی محور x ویا موازی به آن محدود می‌سازیم. در زمان t_2، جسم در موقعیت x_2 دارای سرعت v_2 است. پس می‌توانیم بنویسیم:

تغییر در موقعیت $= \Delta x = (x_2 - x_1)$ m

تغییر در سرعت $= \Delta v = (V_2 - V_1)\, m/s$

فاصلهٔ زمانی $= \Delta t = (t_2 - t_1) s$

شتاب حرکت در فاصلهٔ زمانی Δt با شتاب ثابت a چنین افاده می‌شود.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}\, m/s^2$$

در قانون دوم نیوتن، شتاب همان نسبت قوه و کتله تعریف شده است که عبارت است از، $a = \frac{F}{m}$، از قمیت‌های شتاب a در رابطهٔ بالا می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

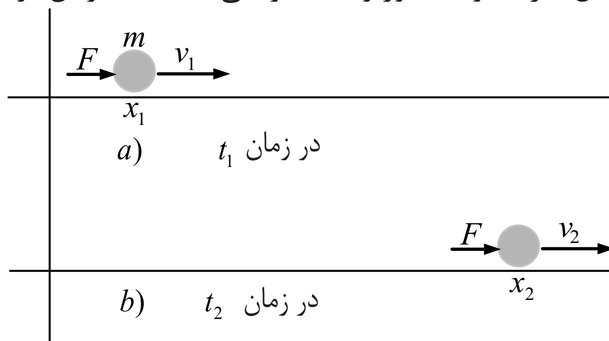
ویا

$$F\Delta t = m\Delta v$$

افادهٔ اخیر اساس کلی بحث ما را در این فصل تشکیل می‌دهد و چنانکه در مقدمهٔ این فصل یاد آوری شد، اکنون امپولس را می‌توان چنین تعریف کرد:

امپولس یک قوهٔ ثابت، عبارت از حاصل ضرب قوهٔ مذکور و فاصلهٔ زمانی است که در آن قوه عمل می‌کند.

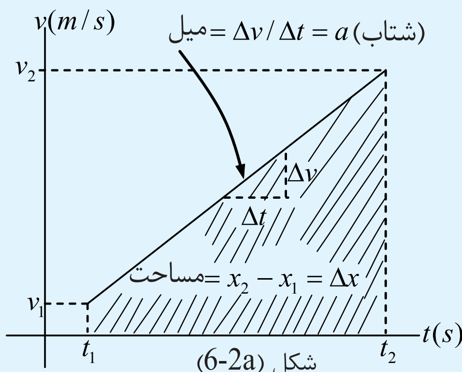
$$\Delta t = t_2 - t_1$$
$$\Delta v = v_2 - v_1$$
$$\Delta x = x_2 - x_1$$



شکل (6-1) تغییر سرعت و موقعیت یک جسم در نتیجهٔ تطبیق یک قوه برآن

فعالیت

گراف (سرعت – زمان) برای جسم شکل (6-1) در شکل (6-2a) نشان داده شده است. باید توجه کرد که میل منحنی (سرعت – زمان) عبارت از شتاب ثابت و مساحت بین این منحنی و محور زمان عبارت از تغییر مکان Δx است. در این فعالیت شاگردان در گروه‌های مربوط، به کمک معلم با هم روی تفصیلات شکل (6-2a) و خصوصیات آن بحث نموده و نتایج را به هم‌صنفی‌های خود گزارش دهند.



شکل (6-2a)

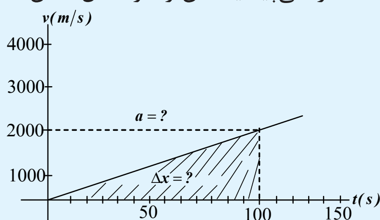
فعالیت

شاگردان در گروه‌های مختلف به کمک گراف (سرعت- زمان) که برای حرکت یک سفینهٔ فضایی در شکل (6-2b) نشان داده شده به پرسش‌های زیر پاسخ تهیه داشته و به مقابل صنف ارایه دارند:

1 - سفینه در 100 ثانیه اول حرکت شتابی‌اش چقدر فاصله را می‌پیماید؟ آن را در شکل نشان دهید.

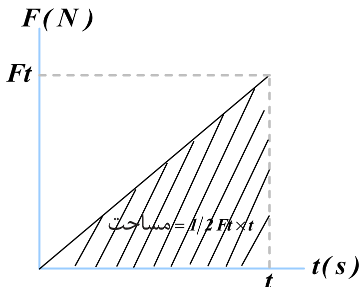
2 - شتاب سفینه را حساب کنید.

3 - سرعت سفینه در زمان $t = 150s$ چند است؟



شکل (6-2b) گراف سرعت زمان سفینهٔ فضایی

تمرینات:



به پرسش‌های زیر پاسخ ارایه دارید.

1 - یک قوۀ ثابت $3,7N$ در فاصلۀ زمانی $100s$ عمل می‌کند. امپولس این قوه را حساب کنید.

2 - در شکل مقابل، قوۀ $F_t = 2,2N$ داده شده. امپولس این قوه را در انترول زمانی $t=0$ الی $t=30s$ دریافت کنید.

3 - اگر در شکل داده شدۀ بالا، $F_0 = 55dyne$ ،$t_1 = 10s$ و $t_2 = 18s$ باشند. امپولس این قوه را تعیین کنید.

4 - یک قوۀ ثابت $F_1 = 5N$ در انترول زمانی ($t=1s$ تا $t=3s$) و یک قوۀ ثابت دومی $F_2 = 2N$ در انترول زمانی ($t=5s$ تا $t=10s$) عمل می‌کنند. امپولس‌های هر یک از این دو قوه را حساب و باهم مقایسه کنید.

2-6: مومنتم

مومنتم چیست؟ بین یک موترلاری و یک موتر تیزرفتار در حال حرکت از نقطۀ نظر مومنتم چه فرقی وجود دارد؟

قانون دوم حرکت نیوتن را چگونه می‌توان از نقطۀ نظر مومنتم تعریف کرد؟ و یا به طور ساده «چه رابطه‌یی بین مومنتم و قانون دوم حرکت نیوتن وجود دارد؟».



فکر کنید

دو توپ را که دارای کتله‌های یکسان m می‌باشند با یک‌دیگر تصادم دهید، چه اتفاقی خواهد افتاد. به دقت در مورد این مسئله در گروه‌های مختلف بحث کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

در مبحث گذشته به کمک قانون نیوتن دریافتیم که: $F\Delta t = m\Delta v$ و مقدار طرف چپ معادله را به‌نام امپولس یاد نمودیم. اکنون توجه خود را به طرف راست معادله معطوف می‌داریم. می‌دانیم که $\Delta v = v_2 - v_1$ طوری که v_1 سرعت اولی جسم در زمان t_1 و v_2 سرعت دومی در زمان t_2 است. پس می‌توان نوشت: $m\Delta v = mv_2 - mv_1$

هر دو مقدار طرف راست معادله، حاصل ضرب کتلۀ جسم و سرعت آن را افاده می‌کند. این حاصل ضرب یکی از کمیت‌های مهم دیگر فزیکی است که به‌نام مومنتم یاد شده است.

به اساس تعریف، یک کتلهٔ m که به سرعت v در حرکت است دارای مومنتم P است که توسط $\vec{P}=m\vec{V}$ افاده می‌شود. واحدهای مومنتم در سیستم SI عبارت از $kg\cdot\frac{m}{s}$ و $gr\cdot\frac{cm}{s}$ و معادلهٔ بعدی (دایمنشن) آن عبارت از $\left[\frac{M\cdot L}{T}=M\cdot L\cdot T^{-1}\right]$ می‌باشد. هم‌چنان باید گفت که واحدها و ابعاد امپولس و مومنتم هر دو یک‌سان می‌باشند. مثال‌هایی از مومنتم در شکل (6-3) داده شده است. در این شکل هر یک از مومنتم‌ها حساب شده که به وضاحت دیده می‌شود. برای این‌که به تعریف مومنتم به خوبی پی ببرید، کوشش کنید به طور دقیق روی قسمت‌های مختلف شکل با هم‌صنفی‌های خود بحث کنید.

a) پروتون $P=5.0\times10^{-22}\,kg\frac{m}{s}$ — $V=3\times10^{5}\ m/s$, $m=1,67\times10^{-27}\ kg$

b) مرمی $P=1\,kg\,m/s$ — $V=1\times10^{3}\ m/s$, $m=1\times10^{-3}\ kg$

c) لاری $P=2\times10^{5}\,kg\cdot\frac{m}{s}$ — $V=20\,m/s$, $m=1\times10^{4}\ kg$

d) بووینگ $P=9\times10^{7}\,kg\frac{m}{s}$ — $V=3\times10^{2}\ m/s$, $m=3\times10^{5}\ kg$

e) سفینهٔ فضایی (اپولو) $P=5\times10^{7}\,kg\,m/s$ — $V=1\times10^{4}\ m/s$, $m=5\times10^{3}\ kg$

f) زمین $P=18\times10^{28}=1.8\times10^{29}=2\times10^{29}\,kg\frac{m}{s}$ — $V=3\times10^{4}\ m/s$, $m=6\times10^{24}\ kg$

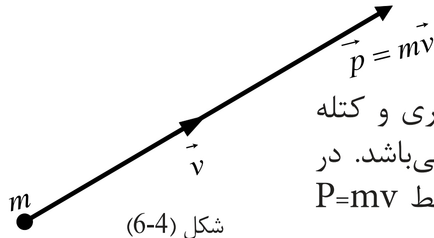
g) ستاره $P=3\times10^{34}\,kg\,m/s$ — $V=1\times10^{4}\ m/s$, $m=3\times10^{30}\ kg$

شکل (6-3) مطالعهٔ مومنتم در اجسام مختلف

مثال‌ها

1 - کتلهٔ یک شتر با بار آن 500kg است و با سرعت 2m/s در حرکت است، مومنتم آن را حساب می‌کنیم.

حل: $P = mV = 5\times10^2 kg \times 2m/s = 10^3 kg\, m/s$



شکل (4-6)
نمایش خاصیت وکتوری مومنتم

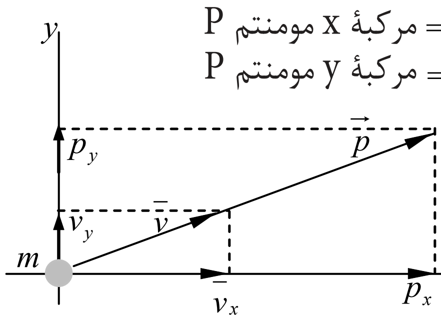
مطابق شکل (4-6)، چون سرعت یک مقدار وکتوری و کتله یک سکالر است، بنابرآن مومنتم مقدار وکتوری می‌باشد. در شکل کتلهٔ m دارای سرعت v بوده و مومنتم توسط P=mv ارایه شده است.

چنانکه در هر سیستم کمیات وضعیهٔ داده شده، یک وکتور به روی محورهای کمیات وضعیه به اجزایش تجزیه شده می‌تواند، بنابرآن وکتور مومنتم P نیز روی محورها تجزیه شده می‌تواند که در شکل (5-6) نشان داده شده است. به خاطر باید داشت که اگر مومنتم نسبت به جهت مثبت محور x زاویهٔ θ را بسازد، در آن‌صورت،

مرکبهٔ x مومنتم P $= P_x = P\cos\hat{\theta}$

مرکبهٔ y مومنتم P $= P_y = P\sin\hat{\theta}$

و از قضیهٔ فیثاغورث $P^2 = P_x^{\,2} + P_y^{\,2}$



شکل (5-6)
تجزیهٔ وکتور مومنت به اجزای آن

باهم بحث کنید و به حل تمرین بپردازید

a- یک لاری با کتلهٔ 3000kg که به زاویهٔ °30به طرف شمال شرق به سرعت 72km/h در حرکت است، واگنی را که دارای کتلهٔ 1000kg است با خودکش می‌کند. محور x را به سمت شرق و محور y را به سمت شمال در نظر بگیرید. مرکبه‌های x و y مومنتم لاری را دریافت کنید.

b- یک طیارهٔ مسافربری هواپیمایی آریانا دارای کتلهٔ مجموعی 50000kg بوده و به سرعت 900km/h در پرواز است. اگر سمت مسیر پرواز °135 به طرف جنوب شرق باشد، مرکبه‌های (x و y) مومنتم آن را معیین کنید.

حل a: داریم که:

$$\hat{\theta} = 30^\circ$$

$$P = m \times V = (3000 + 1000)kg \times 72\,km/h$$

و

$$= 4000kg \times \frac{72000m}{3600s} = 4000kg \times 20\frac{m}{s}$$

$$P = 80000kg\,m/s = 8 \times 10^4\,kg \cdot m/s$$

پس

$$P_x = P\cos\hat{\theta} = 8 \times 10^4\,kg\,m/s \times \cos 30^\circ$$

$$= 8 \times 10^4 \times 0.866kg\,m/s$$

$$P_x = 6.928 \times 10^4\,kg\,m/s$$

و

$$Py = P\sin\hat{\theta} = 8 \times 10^4 \times 0.5kg\,m/s$$

$$Py = 4 \times 10^4\,kg\,m/s$$

حل b: داریم که: $-45^\circ =$ (به سمت جنوب شرق) $\hat{\theta} = 135^\circ$

و

$$P = 50000kg \times 900\,km/h$$

$$= 5 \times 10^4\,kg \times \frac{900 \times 10^3\,m}{3600s}$$

$$= 5 \times 10^4 \times 2.5 \times 10^2\,kg\,m/s = 1.2 \times 10^5 \times 10^2\,kg\,m/s$$

$$P = 1.25 \times 10^7\,kg\,m/s$$

پس

$$Px = P\cos\hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \cos 45^\circ\,kg\,m/s$$

$$= -1.25 \times 10^7 \times 0.707kg\,m/s$$

$$Px = -8.84 \times 10^6\,kg\,m/s$$

و

$$Py = P\sin\hat{\theta} = -1.25 \times 10^7 \sin 45^\circ\,kg\,m/s$$

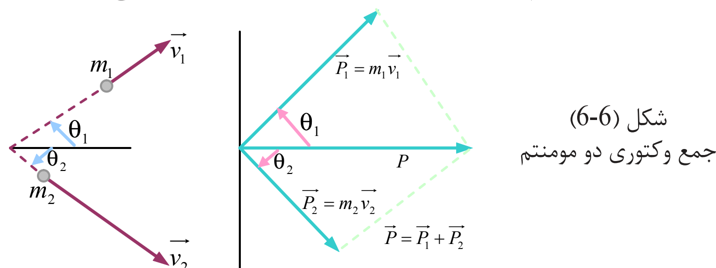
$$= 1.25 \times 10^7 \times 0.707kg\,m/s$$

$$Py = 8.84 \times 10^6\,kg\,m/s$$

از حل سؤال نتیجه می‌شود که دقیقاً مومنتم، یک کمیت وکتوری است. برای این‌که به طور کامل مومنتم یک جسم را مشخص کنیم، ما باید حاصل ضرب کتله و سرعت و هم‌چنان سمت حرکت آن را بدانیم. در فصل‌های قبلی موقعیت وکتورهای تغییر مکان، وکتورهای سرعت و وکتورهای قوه و شتاب را معرفی نمودیم و دانستیم که چطور می‌توانیم دو یا چند وکتور هم نوع را جمع نموده و به حیث یک وکتور محصله نشان دهیم.



به همین شکل ما می‌توانیم دو یا چند وکتور مومنتم را برای به‌دست آوردن یک وکتور محصلهٔ ساده باهم جمع کنیم. به شکل (6-6) توجه کنید در شکل، کتلهٔ m_1 دارای سرعت V_1 بوده و بنابرآن دارای مومنت $P_1 = m_1V_1$، و هم‌چنان مومنت کتلهٔ m_2، $P_2 = m_2V_2$ و مومنت محصلهٔ سیستم هر دو کتله عبارت از $P = P_1 + P_2$ می‌باشد.



شکل (6-6)
جمع وکتوری دو مومنتم

برای یافتن مومنت محصله می‌توان از یکی از دو طریقهٔ متوازی الاضلاع و یا جمع مرکبه‌ها استفاده کرد. به یاد داشته باشید که:

$$P_1 \text{ مرکبهٔ x مومنت } = m_1V_1 \cos\hat{\theta}_1$$

$$P_1 \text{ مرکبهٔ y مومنت } = m_1V_1 \sin\hat{\theta}_1$$

$$P_2 \text{ مرکبهٔ x مومنت } = m_2V_2 \cos\hat{\theta}_2$$

$$P_2 \text{ مرکبهٔ y مومنت } = m_2V_2 \sin\hat{\theta}_2$$

چون مرکبه‌های x و y وکتور محصله به ترتیب مساوی به مجموع مرکبه‌های x و y وکتورهای جمع شده است، بنابرآن:

$$\text{P مرکبهٔ x مومنت } = P_x = m_1V_1 \cos\hat{\theta}_1 + m_2V_2 \cos\hat{\theta}_2$$

و:

$$\text{P مرکبهٔ y مومنت } = P_y = m_1V_1 \sin\hat{\theta}_1 + m_2V_2 \sin\hat{\theta}_2$$

اکنون با معلوماتی‌که حاصل نموده‌ایم، می‌توانیم به ادعاهای سه گانهٔ زیر باور داشته باشیم:

1 - مومنتم یک جسم مساوی است به حاصل ضرب کتله و سرعت آن.

2 - مومنتم یک مقدار وکتوری است.

3 - مجموع مومنتم یک سیستم جسم‌ها عبارت است از مجموع وکتوری هر یک از مومنت‌ها.



فکر کنید

در گروه‌هـــای مختلــف صنفی در مورد این‌کــه چرا وقتی‌که یک موتر لاری و یک موتر تیزرفتار هر دو با ســرعت یک‌سان حرکت کنند، در آن صورت موتر لاری که کتلهٔ آن بزرگ‌تر است، دارای مومنتم بیشتر می‌باشد؟ (نتیجه را به صنف گزارش دهید).

توضیح دهید: دو جسم A و B را در نظر بگیرید. هرگاه ($m_A = 3m_B$) باشد. در این حالت دو جسم A و B می‌توانند دارای مومنتم یک‌سان باشند. یعنی $P_A = P_B$ چرا؟

حال با دانستن مفهوم مومنتم به بررسی این سؤال می‌پردازیم که بین قوهٔ (F) و مومنتم (p) چه رابطه‌یی وجود دارد؟ آیا قوه می‌تواند مومنتم یک جسم را تغییر دهد؟ برای دانستن این موضوع فعالیت زیر را انجام دهید:



فعالیت

با توجه به آن‌چه که در فعالیت قبل انجام دادید. ســعی کنید که همان دو توپ را با قوه‌های بیشــتری با یک‌دیگر تصادم دهید. چه اتفاقی رخ خواهد داد؟ توضیح دهید.

از اجرای فعالیت بالا به نتیجه خواهید رســید که قوه می‌تواند مومنتم یک جســم را کم و زیاد بسازد و یا تغییر در جهت مومنتم به وجود بیاورد.

6-3: قوه و مومنتم

در آغاز این فصل ما قانون دوم نیوتن را به شکل رابطهٔ $F\Delta t = m\Delta V$......(1) افاده نمودیم که در پایه از قانون دوم نیوتن (F=ma) استخراج شده بود. نیوتن در بیانیهٔ اساسی قوانین سه گانهٔ حرکتش، قوه را از جنس کتله و شتاب نه، بلکه از جنس درجهٔ زمانی تغییرات مومنتم افاده کرده است. به یاد داشته باشید که، $m\Delta V = mV_2 - mV_1 = \Delta P$ این رابطه نشان می‌دهد که برای کتلهٔ ثابت، حاصل ضرب کتله و تغییرات سرعت آن مساوی است به تغییرات درمومنتم جسم. با جای گزینی قیمت $m\Delta v$ در رابطهٔ اولی نتیجه می‌شود که $F\Delta t = \Delta P$ با تقسیم نمودن دو طرف معادله به Δt، $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$........(2) به‌دست می‌آید. به یاد داشته باشید که ΔP تغییر در مومنتم با واحد $Kg\,m/s$ و Δt انتروال زمان است. هنگامی‌که قوهٔ F عمل می‌کند و سبب تولید ΔP می‌گردد. پس نسبت تغییر در مومنتم و انتروال زمانی عبارت از درجهٔ زمانی متوسط تغییر مومنتم بوده و نتیجه می‌گیریم که قوه‌یی که بالای یک جسم وارد می‌شود از نگاه نظری مساوی به درجهٔ زمانی تغییرات مومنتم یک جسم می‌باشد.

درجهٔ زمان متوسط تغیر مومنتم = $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ (قوهٔ وارده بر جسم)



ادعای اخیر کمابیش همان بیان اصلی قانون دوم نیوتن است که توسط خودش ارایه شده است (بیان اصلی قوانین حرکت نیوتن در زبان لاتین ارایه شده).

چنانکه می‌توان به راحتی قانون دوم نیوتن ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) را با استفاده از رابطهٔ اخیر نیز با در نظر گرفتن کتلهٔ ثابت ($m = Cons\tan t$) چنین به‌دست آورد:

فرض کنید $\vec{V_1}$ سرعت اولیهٔ جسم و $\vec{V_2}$ سرعت نهایی جسم در انتروال زمانی Δt باشد. پس:

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\vec{V_2} - m\vec{V_1}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{V_2} - \vec{V_1})}{\Delta t}$$

$$= m\frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = m \cdot a ....(3)$$

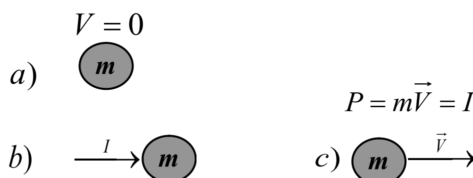
از آن‌جایی که $\frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t}$ عبارت از شتاب جسم ($\vec{a}$) می‌باشد. پس با وضع نمودن قیمت آن در رابطهٔ (3) می‌توان نوشت: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ....$(m = Cons\tan t)$

رابطهٔ اخیر به‌دست آمده عبارت از قانون دوم نیوتن می‌باشد.

قانون امپولس - مومنتم

ما در بحث‌های گذشته امپولس و مومنتم را تعریف نمودیم. اکنون نشان می‌دهیم که چگونه آن‌ها به ساده‌گی با قانون دوم نیوتن مرتبط می‌باشند. ما در بالا نشان دادیم که قوه مساوی است به درجهٔ زمانی تغییرات مومنتم، یعنی: $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ و یا می‌توانیم این طور بنویسیم، $F\Delta t = \Delta P$ اما $I = F\Delta t$ =امپولس F قوه در انتروال زمان Δt و ΔP = تغییر مومنتم تولید شده توسط قوهٔ F پس می‌توانیم بنویسیم: $I = \Delta P$

رابطهٔ اخیر بیان می‌دارد که: امپولس یک قوه‌یی که بالای یک جسم عمل می‌کند، برابر است به تغییرات منتجه در مومنتم جسم مذکور، که جملهٔ بیان شده به‌نام قانون (امپولس- مومنتم) نامیده می‌شود. شکل(7-6) این قانون را برای مومنتم اولی صفر نمایش می‌دهد.



شکل (7-6)

نمایش قانون (امپولس- مومنتم) برای مومنتم اولی صفر

کتلهٔ m نخست در حالت سکون بوده و امپولس I در نتیجهٔ مومنتم آخری mV که در عدد مساوی به I است در آن اعمال می‌گردد. در شکل (8-6) یک کتلهٔ m دارای مومنتم اولی $P_1 = mV_1$ می‌باشد. همین طور یک امپولس I در نتیجهٔ مومنتم آخری $P_2 = mV_2$ بالای کتله اعمال می‌گردد، بنابرآن می‌توانیم بنویسیم: $I = P_2 - P_1 = mV_2 - mV_1$

قانون امپولس – مومنتم، توسعه و تفصیل خوب قانون دوم نیوتن می‌باشد. شکل مقابل، مومنتم اولی دلخواهی را بر اساس قانون (امپولس– مومنتم) نشان می‌دهد.

a) (m) $\vec{V}$ → $\vec{P_1} = m_1\vec{V_1}$

b) $\vec{S}$ → (m) $\vec{V_1}$ →

c) $I = mV_2 - mV_1$ (m) $\vec{P_2} = m_2V_2$ → $\vec{V_2}$

$\boldsymbol{I = \Delta P}$

شکل (8-6)

مثال

انجن‌های کنترول کنندهٔ یک سفینهٔ فضایی که کتلهٔ 15000kg دارد، برای پرتاب بدنه اش به جلو، $3\times10^5 N$ قوه تولید می‌کند. تغییرات مومنتم سفینه را در صورتی‌که انجن‌های آن برای 10s آتش بگیرد، حساب کنید. نتیجه تغییرات در سرعت چند خواهد بود؟ و ماشین را دریابید تا مدت زمانی فعالیت‌های تا یک تغییر سرعت $4\times10^4 m/s$ در سفینه ایجاد شود.

حل:

$$\Delta P = I = F\Delta t = 3\times10^5 N \times 10s$$
$$= 3\times10^6 Kg\, m/s$$
$$\Delta V = \frac{\Delta P}{m} = \frac{3\times10^6 Kg\, m/s}{1{,}5\times10^4 Kg} = 200 m/s$$
$$\Delta t = \frac{\Delta P}{F} = \frac{m\Delta V}{F} = \frac{1{,}5\times10^4 \times 4\times10^4}{3\times10^5} = 2\times10^3 s$$
$$= 2000s$$

پس، دراین مثال وقتی انجن برای 10 ثانیه فیر شود، نتیجه تغییرات در مومنتم سفینه، $3\times10^6 Kg\cdot\frac{m}{s}$ و نتیجهٔ تغییرات در سرعت، 200m/s می‌باشد. انجن‌ها باید برای 2000s (تقریباً 33 دقیقه) فعالیت کنند تا تغییر سرعت $40{,}000 m/s$ را تولید کنند. به یاد داشته باشید که سرعت بالا

$$(4\times10^4 m/s = \frac{4\times10^4 \times10^{-3} km}{\frac{1}{3600}h} = 40\times\frac{3600}{1}\frac{km}{h} = 144\times10^3\frac{km}{h} = 144.000 Km/hr)$$

یک سرعت بسیار بلند است.

تمرین بالا یکی از موارد استفاده از قانون امپولس – مومنتم را به‌ما نشان داد.



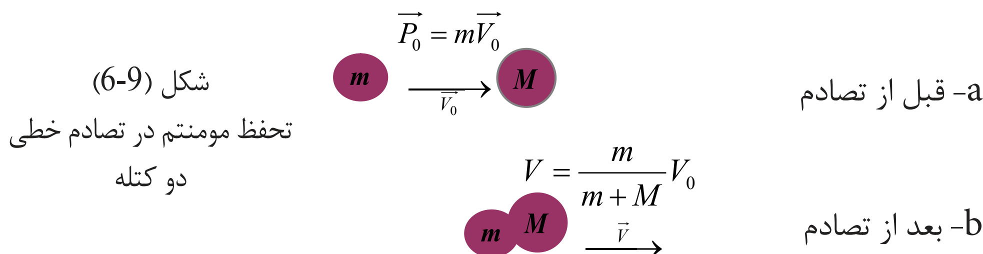
6-4: ضربه و تحفظ مومنتم خطی

در فصل گذشته قانون سوم نیوتن را مبنی براین‌که برای هر عمل یک عکس العمل مساوی به آن وجود دارد، به تفصیل مطالعه نمودیم. قانون سوم نیوتن در حقیقت نتیجه‌یی از خاصیت اساسی قوه‌ها در طبیعت است که همیشه به طور جوره باهم (عمل و عکس العمل) واقع می‌شوند. وقتی یک جسم بالای جسم دومی‌یک قوه وارد نماید، جسم دومی‌قوۀ مساوی و مخالف الجهت را بالای جسم اولی وارد می‌کند. اکنون یک‌جا ساختن این حقیقت با قانون دوم نیوتن برحسب مومنتم ما را به قانون تحفظ مومنتم رهنمایی می‌کند.
اگر هیچ نوع قوه‌یی بالای یک سیستم وارد نشود، در آن صورت مومنتم یک سیستم قطع نظر از هر نوع تأثیرات متقابل بین اجزای آن سیستم ثابت است. جملۀ بالا قانون تحفظ مومنتم را به طور کامل بیان می‌کند. از تعریف بالا قانون دوم نیوتن را چنین می‌نویسیم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \qquad \text{ویا} \qquad \Delta P = F\Delta t$$

در رابطۀ اخیر F قوۀ محصلۀ عامل بالای جسم (یا سیستم اجسام)، Δtانتروال زمانی که قوۀ F عمل می‌کند و ΔPنتیجۀ تغییر مومنتم می‌باشد. آشکارا اگر F صفر باشد، یعنی اگر کدام قوۀ بالای جسم (یاسیستم) عمل نکند، در آن صورت ΔPنیز صفر می‌باشد، و این معنی می‌دهد که مومنتم ثابت است. اگر تغییر یک کمیت در یک انتروال زمان Δtصفر باشد، در آن صورت کمیت مذکور در زمان Δt ثابت می‌باشد.
قانون تحفظ مومنتم در مطالعۀ تصادم اجسام بسیار مهم است. فرض می‌کنیم دو جسم باهم تصادم می‌کنند. بیایید به طور فشرده تصادم آن‌ها را توضیح دهیم.
وقتی‌که دو جسم در لحظۀ آغاز تصادم باهم برخورد می‌کنند، هر کدام بالای دیگرش یک قوه وارد می‌کند که مقدار این دو قوه باهم مساوی بوده و دارای جهت‌های مخالف می‌باشند. چون این ادعا فقط در لحظۀ کوچک تصادم صحت دارد. بنابرآن منحنی (قوه – زمان) برای هر یک از قوه‌ها به طور کل یک‌سان می‌باشد. و به نتیجه می‌رسیم که امپولس هر قوه در مقدار باهم مساوی است. پس تغییرات مومنتم در هر جسم مساوی و جهت‌های شان مخالف می‌باشد، در حالی‌که تغییرات کلی مومنتم در سیستم دو جسم در نتیجۀ تأثیرات متقابل (در عمل تصادم) مساوی به صفر می‌باشد. به این معنی که مجموع تغییرات در مومنتم دو جسم قبل و بعد از تصادم به طور دقیق مساوی به صفر می‌باشد. این بیان توضیح می‌دارد که مومنتم در تأثیرات متقابل یک تصادم بین دو جسم ثابت بوده و بدون تغییر باقی می‌ماند.

حالت خاص: نوع تصادم بین دو جسم در شکل (6-9) نمایش داده شده.



شکل (6-9)
تحفظ مومنتم در تصادم خطی
دو کتله

جسم اولی دارای کتلۀ m و سرعت V_0 با جسم دومی‌دارای کتلۀ M برخورد می‌کند و در نتیجۀ آن کتله‌ها باهم یک‌جا شده و به سرعت V به حرکت خود ادامه می‌دهند. اکنون بنابر تعریف می‌توانیم بنویسیم:

$$مومنتم\ قبل\ از\ تصادم = P_0 = mV_0$$

$$مومنتم\ بعد\ از\ تصادم = P = (m+M)V$$

از قانون تحفظ مومنتم $P_0 = P$

ویا: $mV_0 = (m+M)V$

بنابرآن برای سرعت بعد از تصادم می‌توان نوشت: $V = \frac{m}{m+M}V_0$

یاد آور باید شد که ما می‌توانیم با داشتن قیمت‌های m، M و V_0 سرعت حاصل شدۀ V کتله‌های یک‌جا شده بعد از تصادم را محاسبه کنیم.

شکل (6-10) یک کتلۀ m با سرعت V_0 با کتلۀ دومی‌ساکن M برخورد نموده و بعد از تصادم، m با سرعت v و M با سرعت V در جهت‌های مخالف یک‌دیگر در حرکت می‌آیند. چون مومنتم در این تصادم محفوظ است، بنابرآن:

$$mV_0 = MV + (-mv) = MV - mv$$



a- قبل از تصادم

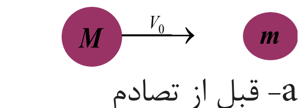


b- بعد از تصادم

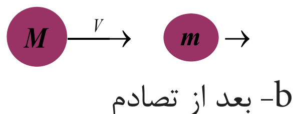
شکل (6-10)
تحفظ مومنتم در تصادم خطی
(کتلۀ برخورد کننده کمتر از کتلۀ ساکن)

رابطهٔ بالا به وضاحت بیان می‌دارد که مومنتم پیش از تصادم مساوی است به مومنتم بعد از تصادم.

اگر کتلهٔ برخورد کننده در یک تصادم روی خط مستقیم، بزرگ‌تر از کتلهٔ ساکن باشد، در آن صورت هر دو کتله بعد از تصادم از هم‌دیگر دور شده و در عین جهت در حرکت می‌آیند. (در شکل (11-6) نشان داده شده است).



a- قبل از تصادم



b- بعد از تصادم

شکل (11-6)
تحفظ مومنتم در تصادم خطی
(کتلهٔ برخورد کننده بزرگ‌تر از کتلهٔ ساکن)

برای این حالت خاص، قانون تحفظ مومنتم شکل زیر را بخود می‌گیرد:

$$MV_0 = MV + mv$$

حالت عمومی‌تصادم دو کتله روی خط مستقیم در شکل (12-6) نشان داده شده است.

در این حالت:

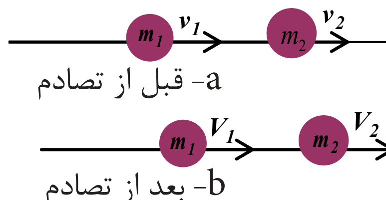
$$P_{befor} \text{ مومنتم قبل از تصادم } = P_b = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$P_{after} \text{ مومنتم بعد از تصادم } = P_a = m_1V_1 + m_2V_2$$

از قانون تحفظ مومنتم: $P_b = P_a$

بنابرآن: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1V_1 + m_2V_2$

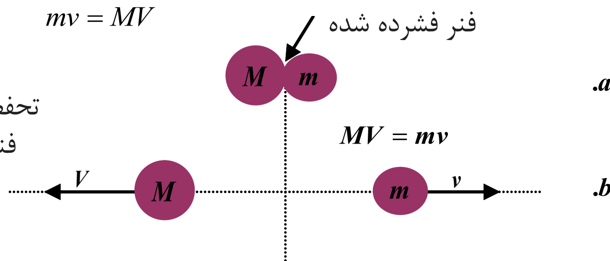
برای کتله‌های داده شدهٔ m_1 و m_2 و سرعت‌های معینهٔ v_1 و v_2 باز هم سرعت‌های نهایی بعد از تصادم، V_1 و V_2 خواهند بود. برای قیمت‌های معین داده شدهٔ حالت اولی(،m_2، m_1 و v_2 و v_1) به تعداد بی نهایت ترکیب‌هایی از سرعت‌های نهایی به وجود آمده می‌تواند. اما برای تمام قیمت‌های اندازه شدهٔ کتله‌ها و سرعت‌ها صحت معادلهٔ بالا و در نتیجه صحت قانون تحفظ مومنتم در آن‌ها تحقق می‌یابد.



شکل (12-6)
حالت عمومی‌تحفظ مومنتم در تصادم روی خط مستقیم

یک مثال دل‌چسپ دیگر تحفظ مومنتم در شکل (6-13) نشان داده شده. دو جسم دارای کتله‌های M و m به دو طرف یک فنری که تحت فشار قرار گرفته باهم محکم گرفته شده‌اند. لحظه‌یی که اجسام رها شوند، قوۀ فنر آن‌ها را به دو طرف ضربه می‌زند. اندازۀ قوۀ وارد شده بالای هر یک از دو جسم در هر لحظه‌یی که قوه عمل می‌کند به طور کل باهم مساوی و جهت‌های قوه‌های وارد شده بالای کتله‌ها مخالف هم‌دیگر هستند. بنابرآن امپولس قوه‌یی که بالای M عمل می‌کند در مقدار مساوی، ولی در جهت مخالف با امپولس قوه‌یی است که بالای کتلۀ m عمل می‌کند. هر کتله در نتیجۀ شوت شدن عین مقدار مومنتم را به‌خود حاصل نموده و جهت‌های این مومنتم‌ها مخالف و مجموع آن‌ها صفر است؛ یعنی چنانی‌که مومنتم قبل از رها شدن صفر بوده، اکنون نیز مومنتم به همان گونه بعد از رها شدن صفر است. از مباحثۀ بالا اگر به‌اندازه‌های سکالری مومنتم توجه کنیم، در خواهیم یافت که آن‌ها باید باهم مساوی باشند. پس با توجه دوباره به شکل می‌توانیم بنویسیم:

$$mv = MV$$

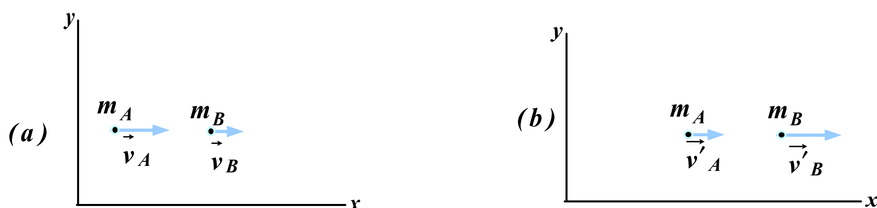


شکل (6-13)
تحفظ مومنتم کتله‌هایی که توسط فنر به دو طرف شوت شده‌اند.

این نتیجه هم‌چنان از تطبیق مستقیم (بدون توضیحات بالا) قانون تحفظ مومنتم نیز می‌تواند به‌دست آید که برمبنای آن مومنتم اولی باید مساوی به مومنتم نهایی باشد، و در این مثال قسمت‌های هر دو مومنتم به طور کل صفر هستند.

6-5: تصادم ارتجاعی

تصادم ارتجاعی چیست و از نگاه فزیک چگونه بررسی می‌شود؟
تصادم ارتجاعی عبارت از تصادمی‌است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق نمایند. برای درک بهتر این نوع تصادم، دو جسم کوچک A و B را درنظر می‌گیریم طوری‌که هر دو جسم برروی یک خط راست محور (x) حرکت می‌کنند.
حال این دو جسم را قبل و بعد از تصادم مورد مطالعه قرار می‌دهیم:
فرض می‌کنیم که مطابق شکل (6-14)، دو جسم A و B قبل از تصادم به ترتیب دارای سرعت‌های V_A و V_B و بعد از تصادم دارای سرعت‌های V'_A و V'_B می‌باشند.



شکل (14-6)

زمانی‌که $V > o$ باشد، جسم به طرف راست محور x و زمانی‌که $V < o$ باشد، جسم به طرف چپ محور x حرکت می‌کند.

نظر به قانون تحفظ مومنتم، در این نوع تصادم، مومنتم مجموعی سیستم قبل و بعد از تصادم ثابت باقی می‌ماند پس می‌توان نوشت که:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V'_A + m_B V'_B \quad \text{.................(1)}$$

به همین ترتیب نظر به قانون تحفظ انرژی میخانیکی، مجموع انرژی حرکی اجسام تصادم کننده قبل از تصادم و بعد از تصادم نیز با یک‌دیگر مساوی اند. یعنی:

$$\frac{1}{2} m_A V_A{}^2 + \frac{1}{2} m_B V_B{}^2 = \frac{1}{2} m_A V'^2_A + \frac{1}{2} m_B V'^2_B \text{.................(2)}$$

در صورتی‌که کتله و سرعت هر دو جسم قبل از تصادم معلوم باشند، با استفاده از رابطهٔ (1) می‌توان کتله و سرعت هر دو جسم A و B را بعد از تصادم چنین به‌دست آورد:

$$m_A (V_A - V'_A) = m_B (V'_B - V_B) \text{..................(3)}$$

به همین ترتیب با استفاده از رابطهٔ (2) برای انرژی حرکی می‌نویسیم که:

$$m_A (V_A{}^2 - V'^2_A) = m_B (V'^2_B - V_B{}^2) \text{...............(4)}$$

با استفاده از مطابقت الجبری $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$، رابطهٔ بالا را به صورت زیر نوشته می‌توانیم:

$$m_A (V_A - V'_A)(V_A + V'_A) = m_B (V'_B - V_B)(V'_B + V_B) \text{.............(5)}$$

حال با تقسیم کردن رابطهٔ (5) بر رابطهٔ (3) و با فرض $V'_A \neq V'_B$ و $V_B \neq V'_B$ داریم که:

$$V_A + V'_A = V'_B + V_B$$

$$V_A - V_B = V'_B - V'_A \qquad \text{ویا}$$

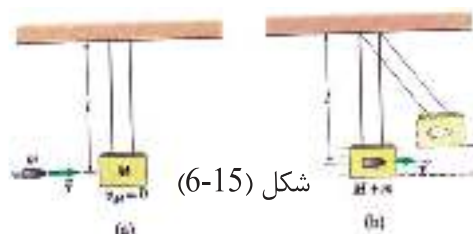
$$V_A - V_B = -(V'_A - V'_B) \text{...................(6)}$$

رابطهٔ اخیر (6)، یک رابطهٔ بسیار مهم و جالب است. این رابطه بیانگر این است که در یک تصادم ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم باهم برابر ولی در خلاف جهت یک‌دیگر هستند.

6-6: تصادم غیر ارتجاعی

تصادم غیر ارتجاعی چیست؟ چه تفاوتی بین تصادم ارتجاعی و غیر ارتجاعی وجود دارد؟ تصادم غیر ارتجاعی عبارت از تصادمی‌است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نماید؛ ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق ننماید. صدق ننمودن قانون تحفظ انرژی میخانیکی در این نوع تصادم به دلیل آن است که مجموع انرژی حرکی و پوتانسیل سیستم ثابت باقی نمی‌ماند. یعنی در این نوع تصادم، انرژی میخانیکی ممکن است به انرژی حرارتی، انرژی صوتی و یا کار تغییر شکل دهد.

بنابرآن برای تصادم‌های غیر ارتجاعی، تنها می‌توان قانون تحفظ مومنتم را مورد مطالعه قرار داد. در تصادم‌های غیر ارتجاعی، بیشتر اجسام تصادم کننده بعد از تصادم به هم‌دیگر چسپیده و با همان سرعت حرکت می‌کنند.



شکل (6-15)

یکی از مثال‌های خوب برای درک بهتر تصادم غیر ارتجاعی عبارت از رقاصهٔ بالستیک (Ballistic Pendulum) می‌باشد، که توسط آن می‌توان سرعت مرمی‌را اندازه‌گیری کرد.



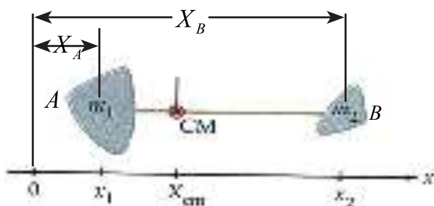
تحقیق کنید

در گروه‌های مختلف طریقهٔ به‌دست آوردن سرعت مرمی‌را توسط رقاصهٔ بالستیک تحقیق کنید و نتیجه را به صنف گزارش دهید.

6-7: مرکز ثقل

در صنف‌های گذشته با مفهوم مرکز ثقل و این‌که چگونه می‌توان مرکزثقل اجسام منظم هندسی را به‌دست آورد، آشنایی حاصل کردید. اما آیا تا به حال از خود پرسیده اید که چگونه می‌توان مرکزثقل سیستمی‌از اجسام یا ذرات را که برروی یک خط مستقیم قرار دارند به‌دست آورد؟ و یا این‌که در چه حالت‌هایی می‌توان مرکزثقل سیستمی‌از ذرات یا اجسام را مطالعه نمود؟ برای جواب دادن به پرسش‌های بالا شکل (6-16) را درنظر بگیرید در این شکل دو جسم با کتله‌های m_A و m_B وجود دارند که فاصلهٔ هر یک آن‌ها از مرکز محور x (محور دوران) به ترتیب عبارت از x_A و x_B می‌باشد.

برای به‌دست آوردن مرکزثقل این سیستم که از دو جسم (از دو ذره نماینده‌گی می‌کنند) تشکیل شده است از رابطهٔ ذیل استفاده می‌شود.



$$m_A x_{cm} + m_B x_{cm} = m_A x_A + m_B x_B$$

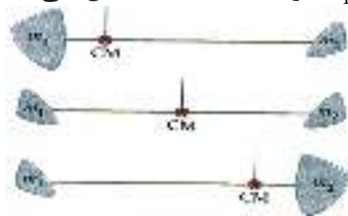
ویا
$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

شکل (6-16)

در این رابطه X_{cm} عبارت از فاصلهٔ مرکزثقل سیستم از مرکز محورx می‌باشد. برای ساده ساختن رابطهٔ مجموع کتله‌های m_A و m_B را با علامهٔ M نشان می‌دهیم. یعنی:

$$M = m_A + m_B$$

با وضع نمودن قیمت M، رابطهٔ (1) شکل ذیل را به‌خود می‌گیرد:



شکل (6-17)

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

حال حالت‌های مختلف را مورد مطالعه قرار می‌دهیم:

1 - در صورتی‌که یکی از کتله‌ها بزرگ‌تر از دیگری مثلاً $m_A > m_B$ باشد، در این حالت مرکزثقل این سیستم دو جسمی(دو ذره‌یی) به جسمی‌نزدیگتر است که دارای کتلهٔ بزرگ‌تر می‌باشد.

2 - اگر تمام کتلهٔ سیستم در یک نقطه مثلاً نقطهٔ B قرار داشته باشد، در آن صورت $m_A = 0$ خواهد بود و می‌توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{0 \times X_A + m_B X_B}{0 + m_B} = \frac{m_B X_B}{m_B} = X_B$$

3 - اگر سیستم دارای بیشتر از دو جسم (ذره)، تا n ذره باشد، در چنین حالت بر اساس رابطهٔ (1) می‌توان نوشت که:

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + ...}{m_1 + m_2 + m_3 + ...} \quad ....(2)$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + ...$$

$$X_{cm} = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3 + ...}{M}$$

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i X_i}{M}$$

رابطهٔ اخیر یک رابطهٔ کلی برای به‌دست آوردن مرکزثقل سیستمی‌از ذرات یا اجسام می‌باشد. همین طور برای محور y نیز به ساده‌گی می‌توان به اثبات رسانید که:

$$Y_{cm} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i Y_i}{M}$$



خلاصۀ فصل ششم

- در مبحث مومنتم خطی و امپولس دو اصل (امپولس- مومنتم) و (تحفظ مومنتم خطی) به نام قوانین یا قاعده‌های اساسی یاد شده‌اند.
- امپولس یا ضربه یک کمیت وکتوری بوده و عبارت از حاصل ضرب قوه در زمان می‌باشد.

$$\vec{I} = \overrightarrow{F_{av}} \cdot \Delta t$$

- امپولس با درنظرداشت قانون دوم نیوتن در حقیقت عبارت از ΔP می‌باشد، یعنی:

$$\vec{I} = \overrightarrow{F_{av}} \cdot \Delta t = \overrightarrow{\Delta P}$$

- مومنتم خطی یک جسم با کتلۀ m و سرعت $\vec{v}$ عبارت از $\vec{P} = m\vec{V}$ می‌باشد.
- مومنتم یک کمیت وکتوری و هم جهت با وکتور $\vec{v}$ می‌باشد.
-در سیستمی‌متشکل از چندین جسم، مومنتم خطی کل سیستم عبارت از مجموع مومنتم‌های هر یک از اجسام به صورت جداگانه می‌باشد. یعنی:

$$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3} + ... = \sum_{i-1}^{n} Pi$$

- مومنتم با درنظرداشت قانون دوم نیوتن عبارت از $\sum\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ می‌باشد، یعنی مجموع قوه‌های وارد شده بر جسم مساوی به تغییر مومنتم نظر به زمان می‌باشد.
- تحفظ مومنتم برای یک جسم زمانی بر قرار است که مجموع قوه‌های وارد شده برجسم مساوی به صفر باشد.
- تصادم ارتجاعی، عبارت از تصادمی است که در آن قوانین تحفظ مومنتم و انرژی میخانیکی هر دو صدق می‌نمایند.
- در تصادم ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم به یک اندازه ولی در خلاف جهت یک‌دیگر هستند.
- تصادم غیرارتجاعی عبارت از تصادمی است که در آن قانون تحفظ مومنتم صدق نموده، ولی قانون تحفظ انرژی میخانیکی صدق نمی‌نماید.
- برای به‌دست آوردن مرکزثقل سیستمی از اجسام یا ذرات از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود.

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i X_i}{M} \Leftarrow \text{نظر به محور x} \qquad Y_{cm} = \frac{\sum_{i-1}^{n} m_i Y_i}{M} \Leftarrow \text{نظر به محور Y}$$

سؤال‌های فصل ششم

1 - مومنتم یک جسم عبارت از حاصل ضرب ---------- و ------------ جسم می‌باشد.

2 - با در نظرداشت قانون دوم نیوتن مجموعهٔ قوه‌های وارده بر یک جسم عبارت از نسبت ---------- بر ---------- می‌باشد.

3 - امپولس عبارت از تغییرات -------------- است.

4 - درتصادم‌های ارتجاعی، تفاضل سرعت‌های دو جسم تصادم کننده قبل و بعد از تصادم با یک‌دیگر ------------ ولی در ------------- جهت یک‌دیگر هستند.

5 - کدامیک از گزینه‌های ذیل واحد اندازه‌گیری امپولس می‌باشد.

الف) N ب) $N \cdot m$ ج) N/s د) $N \cdot s$

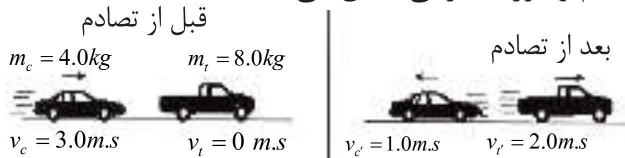
6 - کدامیک از گزینه‌های ذیل مساوی به قوهٔ مجموعی عمل شده بر روی جسم می‌باشد.

الف) $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ ب) $\frac{w}{\Delta t}$ ج) $m \cdot \Delta v$ د) ΔE

7 - اگر مومنتم دو جسم یک‌سان باشد، درنتیجه انرژی حرکی با کتله، یکی از رابطه‌های ذیل را دارد.

الف) مستقیم ب) معکوس ج) رابطه‌یی ندارد د) متناسب با یک‌دیگر

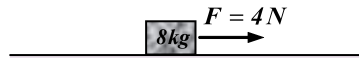
8 - تصویر زیر تصادم بین دو موترک لابراتواری را نشان می‌دهد که به ترتیب دارای کتله‌های 4kg و 8kg می‌باشند. بعد از تصادم، موتر A با سرعت 1m/s به طرف عقب و موتر B با سرعت 2m/s به طرف جلو حرکت می‌کند. بر اساس این آگاهی‌ها، کدام یک از گزینه‌های زیر درمورد مومنتم و انرژی حرکی صدق می‌کند؟



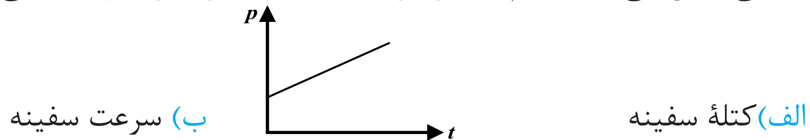
	انرژی حرکی	مومنتم
الف:	تحفظ صورت گرفته	تحفظ صورت گرفته
ب:	تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت گرفته
ج:	تحفظ صورت گرفته	تحفظ صورت نگرفته
د:	تحفظ صورت نگرفته	تحفظ صورت نگرفته

9 - در شکل زیر اگر قوهٔ اصطکاک در مقابل هر کیلوگرام 0.25 نیوتن باشد و جسم از حال سکون به حرکت درآید، پس از چند ثانیه مومنتم آن به $5Kg\,m/s$ می‌رسد؟

الف) 1.25 ثانیه ب) 2.5 ثانیه ج) 1.6 ثانیه د) 3.2 ثانیه



10 - محور عمودی (y)، گراف ذیل مومنتم p و محور افقی (x)، زمان t را برای یک سفینهٔ فضایی نشان می‌دهد. کدام یک از گزینه‌های ذیل عبارت از میل خط می‌باشد.



الف)کتلهٔ سفینه ب) سرعت سفینه

ج) قوهٔ مجموعی که برروی سفینه عمل می‌کند د) کار اجراء شده برروی سفینه

11 - جسمی‌تحت قوهٔ ثابت 5N از حال سکون با شتاب $1.5m/s^2$ به حرکت در می‌آید، پس از 6 ثانیه مومنتم جسم چند $Kg\,m/s$ می‌شود؟

الف) 20 ب) 30 ج) 22.5 د) 45

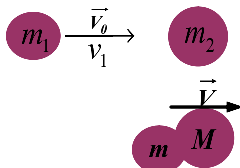
12 - چه چیز باید بالای یک جسم تطبیق شود تا سرعت و یا حالت آن را تغییر دهد.

13 - امپولس قوه را تعریف کنید.

14 - مومنتم جسمی‌دارای کتلهٔ m را که به سرعت v در حرکت است تعریف کنید.

15 - قانون تحفظ مومنتم خطی را بیان نمایید.

16 - شرح دهید که چطور قوانین (امپولس – مومنتم) و (تحفظ مومنتم) قوانین نیوتن را تعقیب می‌کنند.



17 -در شکل، $m_2 = 10gr$ ،$m_1 = 5gr$ ،$V = 2\,cm/s$ و $v_1 = 25\,m/s$ اند. سرعت اولی کتلهٔ دومی v_2 و کتلهٔ M را حساب کنید.

18 - به طور فشرده تحفظ مومنتم را در یک تصادم دو جسم که به روی یک خط مستقیم در حرکت اند، شرح دهید.

19 - یک امپولس $300N\cdot s$ بالای جسمی‌که کتلهٔ آن 2kg است وارد می‌شود، تغییر در سرعت این کتله را تعیین کنید.

20 - جسم دارای کتلهٔ 10gr دارای سرعت 10m/s می‌باشد. اگر امپولس $1000dyne\cdot s$ بالای این کتله وارد شود، سرعت آخری کتله را حساب کنید.

21 -یک طفل با کتلۀ 21kg بالای یک بایسکل کوچک با کتلۀ 5.9kg سوار و با سرعت 4.5m/s در سمت شمال شرق در حرکت است.

a. مومنتم مجموعی طفل و بایسکل چند است؟

b. مومنتم طفل چقدر است؟

c. مومنتم بایسکل را حساب کنید.

22 - یک توپ فوتبال با کتلۀ 0.5kg با سرعت 15m/s به طرف شمال شوت می‌شود. یک شخص ساکن در زمان 0.02s آن را گرفته و متوقف می‌سازد. کدام قوه از طرف گیرنده بالای توپ وارد شده است؟

23 - کتلۀ هر توپ کریکت 0.5kg است. اگر توپ سبز رنگ به سرعت 12m/s با توپ آبی رنگ که ساکن است برخورد کند، (فرض می‌کنیم که درطول زمان بازی، توپها به روی سطح بدون اصطکاک حرکت می‌کنند) سرعت نهایی توپ آبی رنگ را در هر یک از حالات ذیل دریابید.

a. توپ سبز رنگ بعد از برخورد با توپ آبی متوقف می‌شود.

b. توپ سبز بعد از تصادم به حرکتش با سرعت $v_1' = 5\frac{m}{s}$ در عین جهت ادامه می‌دهد.

24 - اشکال مناسب را برای تمرین‌های ذیل ترسیم نموده و آن‌ها را حل کنید.

a. فرض کنید که کتلۀ m در شکل (a) یک واگونی است با کتلۀ 600kg و کتلۀ M واگون دیگری با کتلۀ 900kg باشند. سرعت برخورد کتلۀ m، $2\,m/s$ ویا ($7.2\,Km/h$) می‌باشد. سرعت واگون‌ها را بعد از تصادم آن‌ها که باهم یک‌جا می‌شوند محاسبه کنید. (جواب: $0.8\,m/s$)

b. فرض کنید در شکل (b) ***m*** کتلۀ یک توپ تینس با کتلۀ 20gr و M کتلۀ یک توپ والیبال با کتلۀ 500gr باشند، اگر سرعت اولی توپ تینس 20m/s و سرعت نهایی آن بعد از تصادم 10m/s در جهتی که در شکل مشاهده می‌شود باشد. سرعت توپ والیبال را دریافت کنید. (جواب: 3m/s)

$m \quad \vec{v} = 2\,m/s \quad M$

a

$\vec{V} \quad m\ M$

$m \quad \vec{v}_1 = 20\,m/s \quad M$

$\vec{v}_2 = 10\,m/s \quad m \quad M \quad \vec{V}$

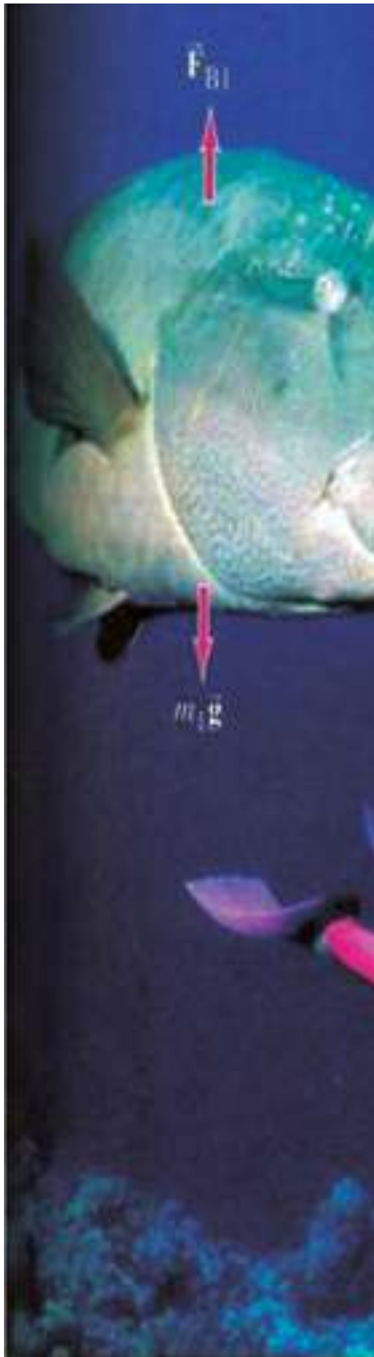
b

c. در شکل بالا (b) فرض کنید که M یک سکۀ 10 گرامی‌و m سکۀ 5 گرامی‌باشد. در صورتی‌که $V_1 = 2\,m/s$ و $V_2 = 1\,m/s$ باشند، قیمت v را تعیین کنید. (جواب: $50\frac{cm}{s}$)

25 - یک تشله با کتلۀ 0.015kg که به طرف راست با سرعت 22.5cm/s روی سطح بدون اصطکاک لول می‌خورد، با تشله‌یی که با کتلۀ 0.015kg که به طرف چپ با سرعت 18cm/s حرکت می‌کند، یک تصادم ارتجاعی می‌کند. بعد از تصادم، تشلۀ اولی به سرعت 18cm/s در حرکت می‌آید. سرعت تشلۀ دومی‌را بعد از تصادم دریافت نمایید.

26 - یک موتر با کتلۀ 500kg به سرعت 15m/s به طرف جنوب با لاری 4500kg که در مقابل یک اشارۀ ترافیکی متوقف است تصادم می‌کند. موتر و لاری با هم چسپیده و بعد از تصادم یک‌جا باهم در حرکت می‌آیند. سرعت نهایی کتلۀ مجموعی موترها را دریابید

ستاتیک سیال‌ها (سکون نسبی سیال‌ها) *Static Fluids*



چرا قاعدهٔ بندهای آب را نسبت به قسمت‌های بالایی آن ضخیم تر می‌سازند؟

برک مایعی، در مصونیت یک موتر چه اهمیتی دارد؟

این فصل شما را کمک خواهد کرد تا سیال‌ها را در حال سکون و قوه‌هایی را که توسط آن‌ها به وجود می‌آید، بیاموزید. هم‌چنان مفاهیم فشار، قوه‌های صعودی و غیره را با اجرای تجارب و فعالیت‌هایی که می‌تواند مهارت‌های علمی و دانستنی‌های مفید دربارهٔ خواص سیال‌ها به شما آماده بسازد، فرابگیرید و در نتیجه شما خواهید توانست به پرسش‌های مطرح شده و به پرسش‌های دیگر پاسخ بدهید و بر اساس مباحثه و مناقشه در این فصل قادر خواهید شد تا:

- سیال را تعریف کرده بتوانید.
- فشار وارده توسط سیال‌ها را توضیح داده بتوانید.
- رابطه بین فشار مایع در یک نقطه، کثافت آن، عمق یک نقطهٔ مایع و شتاب جاذبه‌یی را دریافت کرده بتوانید.
- تحلیل نموده بتوانید که چطور فشار اتموسفیر نظر به عمق تغییر می‌کند.
- قانون پاسکال را شرح دهید.
- نشان داده بتوانید که چطور از مونومتر برای اندازه‌گیری فشار سیال‌ها در محفظه‌های بسته استفاده به عمل می‌آید.
- رابطه بین فشار و قوه صعودی سیال‌ها را تشریح کرده بتوانید.
- مسأله‌های ریاضی را با استفاده از قوانین فشار، پاسکال و ارشمیدس حل کرده بتوانید.
- غرق شدن یا شناور بودن یک جسم در سیال را پیشبینی کرده بتوانید.

7-1: سیال‌ها

مالیکول‌های اجسام در حالت مایع با قوه‌های ضعیف اتصاق (چسپنده‌گی) با هم بسته هستند. آن‌ها مقید به موقعیت‌های ثابت نبوده، بلکه با لغزیدن روی یک‌دیگر آزادانه از یک موقعیت به موقعیت دیگر تغییر مکان می‌کنند. بنابران مایعات حجم معینی داشته و می‌توانند روان باشند و شکل ظرفی را که به آن ریختانده می‌شوند به خود بگیرند.
هم‌چنان مالیکول‌های مایعات با هم نزدیک بوده و در برابر قوه‌های فشار دهنده مقاوم هستند. چنانکه مایعات در عمل غیر قابل تراکم می‌باشند.
در حالت گاز، ذرات از هم‌دیگر بسیار فاصله داشته و قوه‌های اتصاق یا چسپنده‌گی بین آن‌ها آنقدر کوچک است که قابل صرف نظر می‌باشد. بنابر آن آن‌ها نسبت به مالیکول‌های مایعات بیشتر آزادانه به فاصله‌های دور از هم‌دیگر حرکت کرده می‌توانند و دارای حجم معین و شکل معین نیستند، به هر سو انتشار می‌کنند و به آسانی متراکم می‌شوند.
چون هم مایعات و هم گازات با مقاومت کم شان در برابر فشار تغییر شکل می‌دهند و توانایی سیالیت را دارند، به همین سبب است که آن‌ها را به نام سیال‌ها [1] یاد می‌کنند.

فشار سیال‌ها

چنانکه شما می‌دانید فشار در هر نقطهٔ سیال در ظرف عبارت از مقدار قوهٔ عمودی وارده بالای واحد سطح است که می‌تواند چنین ارایه گردد:

$$\text{فشار} = \frac{\text{قوه}}{\text{سطح}}$$

و یا با ارایهٔ سمبول‌ها : $P=\frac{F}{A}$ است.

واحد فشار در سیستم اندازه‌گیری SI عبارت از پاسکال (Pa) بوده و مساوی به $\frac{\text{نیوتن}}{\text{مترمربع}}$ می‌باشد. یا $\frac{N}{m^2}$

مثال:

فشار وارده توسط یک کتابی که دارای مساحت $0.16m^2$ و وزن آن 8N می‌باشد، چند است؟ حساب می‌کنیم.

حل:

مرحلهٔ (1): معلومات ذیل داده شده‌اند: $A=0.16m^2$

$F=8N$

$P=?$

مرحلهٔ (2): معادله فشار را بنویسید. $P=\frac{F}{A}$

---

[1] کلمهٔ سیال مفهوم توانایی برای جریان یافتن را می‌رساند و بنابرآن این کلمه همزمان در مایعات و گازات به کار رفته است.

مرحله (3) با وضع نمودن قیمت‌های داده شده مساحت و قوه، قیمت P را حساب کنید.

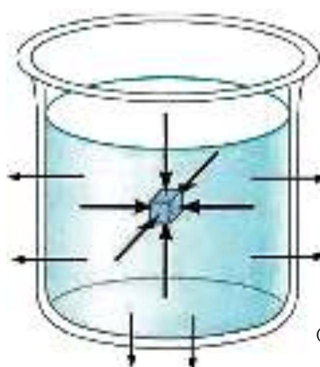
(کمک: وزن عبارت از اندازهٔ قوهٔ جاذبه است)، یعنی: $P=\frac{8}{0.16}=50\frac{N}{m^2}=50Pa$



سؤال‌ها

1. فشار وارد شده توسط کانتینری که دارای وزن $6000N$ و مساحت قاعدهٔ $3m^2$ می‌باشد، چند است؟ دریافت نمایید.
2. وزن تخته سنگی را دریابید که دارای مساحت $12m^2$بوده $25Pa$ فشار را بر زمین وارد می‌کند.

7-2: اندازه‌گیری فشار مایع



شکل (7-1)

وقتی در یک حوض آب بازی در زیر آب شنا می‌نمایید، فشار آب را در پرده‌های گوش تان احساس کرده می‌توانید. سبب این فشار چیست؟ به ساده‌گی می‌توان گفت که سبب این فشار، وزن آب بالای بدن شما است که شما را به سمت مقابل تیله می‌کند. شکل (7-1) یک جسم غوطه شده در ظرف پر از مایع را نشان می‌دهد.

مایع قوه‌ها را بالای جسم و جدارهای ظرف وارد می‌کند. قوه‌ها بالای هر نقطهٔ سطح جسم و جدارهای ظرف به طور عمود وارد می‌گردند.



فعالیت: آب چگونه بالای اجسام فشار وارد می‌کند؟

مواد ضروری: خریطهٔ پلاستیکی، سنجاق و آب

طرزالعمل

1 - خریطه را از آب پرکنید.

2 - خریطه را به شدت فشار دهید و با عجله آن را از چندین نقطه با سنجاق سوراخ نمایید.

3 - مشاهدات تان را یادداشت نمایید.

4 - با گروه تان روی مشاهدات یادداشت شده مباحثه کنید.

5 - نتیجه‌گیری شما از اجرای این فعالیت چیست؟



شکل (7-2)

شما دیدیدکه آب از سوراخ‌های سطح خریطه در تمام سمت‌ها به طور عمودی فواره می‌کرد. این معنی می‌دهد که فشار در تمام جهت‌ها در هر نقطهٔ سطح عمود است.



چطور مقدار فشار آب نظر به عمق آن فرق می‌کند؟
پاسخ این پرسش را با اجرا نمودن فعالیت زیر به دست آورده می‌توانید.



فعالیت: فشار و عمق

مواد ضروری: قطی حلبی دراز، موم یا خمیره سوراخ کن و آب

طرزالعمل

1 - یک طرف قطی را مطابق شکل از سه جای آن به طور مساوی سوراخ کنید

2 - سوراخ‌ها را توسط خمیره یا موم بسته کنید.

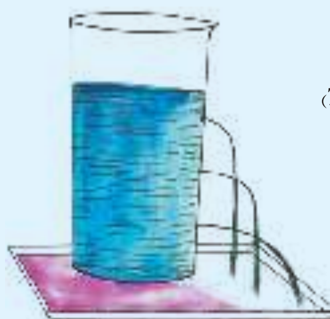
3 - قطی حلبی را از آب پرکنید.

4 - سوراخ‌ها را باز کنید.

5 - مشاهدات تان را یادداشت کنید.

6 - سؤال‌های ذیل را با گروه تان پاسخ بدهید.

- از کدام سوراخ آب تیز تر و به شدت بیشتر فواره می‌کند؟
- در کدام سوراخ فشار بیشتر است؟

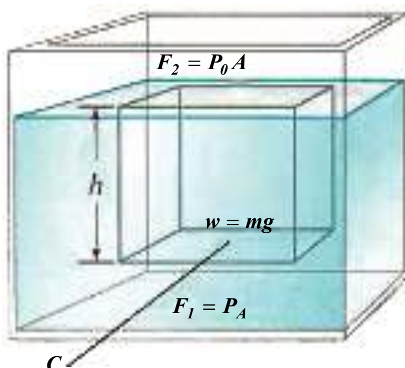


شکل (7-3)

از فعالیت انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که فشار آب با زیاد شدن عمق ازدیاد می‌یابد.

رابطه بین فشار و عمق در یک نقطهٔ معین مایع

یک مایع دارای کثافت ρ و در حالت سکون را به داخل یک ظرف سر باز مطابق شکل (7-4) در نظر می‌گیریم . هر گاه بخواهیم فشار مایع را در نقطهٔ C داخل مایع، جایی که بلندی و یا عمق مایع در آن نقطه h است به دست می‌آوریم.



شکل (7-4)

ظرف پر از مایعی را در نظر بگیرید که یک مکعبی به ارتفاع h و مساحت قاعدهٔ A در آن غوطه ور باشد. ارتفاع این مکعب نمونه، برابر است به عمق نقطهٔ C از سطح آب (h).
بیایید قوه‌های عامل بالای سطوح بالایی و پایینی این مکعب فرضی را مطالعه نماییم.
این قوه‌ها سه نوع اند:

1 - وزن مکعب نمونه (w)، $w = mg = \rho Vg = \rho ghA$

2 - قوهٔ صعودی (F_1) که توسط فشار مایع به قاعدهٔ مکعب وارد می‌شود. $F_1 = PA$

قوهٔ (F_2) که توسط فشار اتموسفیر بالای سطح بالایی مکعب از بالا به پایین عمل می‌کند.
با تطبیق قانون دوم نیوتن بالای این مکعب نمونه (مایع ساکن و در حالت تعادل است):

$$\sum F = 0$$

بنابرآن : $PA - (P_0 A + \rho g h A) = 0$

از این‌رو: $P = p_0 + \rho g h$

ویا $p - p_0 = \rho g h = p_G$

P فشار مطلقه بوده و P_G به نام فشار داخلی سیال نظر به عمق نامیده می‌شود فشار مطلقهٔ P در عمق h در سطح پایینی مایع ظرف سر باز بزرگ‌تر از فشار اتموسفیر بوده و مقدار آن ($\rho g h$) می‌باشد. از آن‌چه در رابطه مطالعه نمودیم نتایج ذیل را به دست آورده می‌توانیم:

1 - فشار در هر نقطهٔ داخل مایع، خطی عمل نموده و متناسب به عمق و کثافت مایع می‌باشد.

2 - فشار در تمام نقاط عین عمق مایع یک‌سان می‌باشد.

3 - شکل ظرف بالای فشار تأثیری وارد نمی‌گذارد.

مثال

یک آب باز، در عمق $400m$ در تحت بحر به طور افقی شنا می‌کند. هرگاه کثافت آب بحر $1.025\times10^3 \frac{kg}{m^3}$، $P_0 = 1.01\times10^5 Pa$ و $g = 9.8\frac{m}{\sec^2}$ باشد، حساب کنید.

1 - فشار داخلی P_G را در این عمق.

2 - فشار متوسط را در این عمق.

3 - مجموع قوه‌های وارده بالای جسم شنا کننده توسط آب را در صورتی که مساحت جسم شنا کننده $0.8m^2$ باشد.

حل

1 -

$$P_G = \rho g h$$

$$P_G = 1.025\times10^3\times9.8\times400$$

$$P_G = 4.018\times10^6 Pa$$



2 - $P = P_0 + P_G$ (فشار متوسط)

$$P = 1.01\times10^5\,Pa + 4.018\times10^6\,Pa$$

$$P = 4.119\times10^6\,Pa$$

3 -

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P\times A$$

$$F = 4.119\times10^6\times0.8$$

$$F = 3.2952\times10^6\,N$$

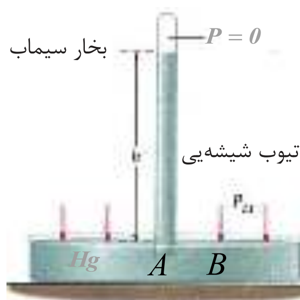
7-3: فشار اتموسفیر

زمین توسط یک قشر نایتروجن، آکسیجن و گازات دیگر احاطه گردیده است که به‌نام اتموسفیر یاد می‌شود. ضخامت قشر اتموسفیر از سطح زمین تا طبقهٔ بالای آن کمابیش به 150km می‌رسد. در حدود 80% گازات اتموسفیر در ارتفاع 10 کیلومتری سطح زمین موقعیت دارند. فشار در قسمت بالایی اتموسفیر به صفر نزدیک می‌شود.

چنانکه می‌دانید فشار در هر نقطهٔ اتموسفیر مساوی به وزن ستون هوایی است که طول آن از همان نقطه تا قسمت بالایی اتموسفیر بوده و بالای واحد سطح در همان نقطه وارد می‌شود. بنابرآن فشار با ازدیاد ارتفاع از سطح زمین، تناقص می‌یابد.

اکنون ببینیم چطور می‌توانیم فشار اتموسفیر را اندازه‌گیری کنیم؟

به این منظور ما از بارومتر (فشار سنج) توریچلی (Torricelli) که در سال 1643 میلادی اختراع گردیده استفاده می‌کنیم.



شکل (7-5)

در شکل (7-5)، تیوب شیشه‌یی طویلی را به طول تقریباً یک متر و مساحت قاعدهٔ $1cm^2$ می‌بینید که یک انجام آن بسته می‌باشد. وقتی آن را از سیماب (Hg) پر نموده و بعد به طور معکوس در یک ظرف پر از سیماب قرار دهیم در آن صورت Pa = Pb است،

پس: $P_0 = \rho_{Hg} gh$

در سطح بحر و تحت شرایط معیاری تعجیل جاذبهٔ زمین و حرارت صفر درجهٔ سلسیوس، ارتفاع ستون سیماب 76cm بوده و فشار اتموسفیر بالای این ستون سیماب یک اتموسفیر (1_{atm}) می‌باشد.

ارتفاع ستون سیماب به ρ و g و فشار اتموسفیر تعلق دارد.

بنابر این کثافت (ρ) با تغییرات حرارت و شتاب جاذبه‌یی زمین (g) با تغییرات ارتفاع از سطح بحر تغییر می‌کند. تمام فشار سنجهای(barometers) دقیق با ترمومتر و جدول یا چارت‌های معلوماتی دقیق یک جا ساخته می‌شود.



معلومات اضافی



بعضی موضوعاتی را که لازم است بدانیم:
هرقدری که غواص (شنا کننده) در عمق آب بحر فرو می‌رود، فشار بالای بدنش زیاد شدن می‌یابد و فشار زیاد شده تنفس را برای غواص بسیار دشوار می‌سازد و از همین سبب است که غواصان برای رفع این مشکل از تنظیم کننده‌های فشار استفاده می‌کنند.

شکل (6-7): لباس‌های خاص غواصان، فشار خارجی از طرف آب را تا عمق 610m در تعادل نگه‌می‌دارد و عمل تنفس را آسان می‌سازد.

شکل (6-7)

آیا سمت جاری شدن سیال را تعیین کرده می‌توانید؟
برای پاسخ دادن به این پرسش فعالیت زیر را در عمل تجربه کنید.



فعالیت

تفاوت فشارها و جریان یافتن سیال

مواد ضروری: قطره چکان ،پیاله و آب

طرزالعمل

1 - برای هر دو شاگرد یک‌دانه قطره چکان پلاستیکی و یک پیالهٔ کوچک آب بدهید.

2 - از آن‌ها بخواهید تا در بارهٔ چگونه گی کار قطره چکان یک پارگراف بنویسند.

3 - توضیح بدهید که چرا آب در قطره چکان بالا می‌رود؟ و چرا آب را می‌توان با فشار از قطره چکان خارج ساخت؟

هر دو پرسش بر اساس این حقیقت که سیال‌ها از ساحهٔ فشار بلند به ساحهٔ فشار پایین جریان پیدا می‌کنند، تشریح شود.



شکل (7-7)

تغییر فشار بالای جسم شما

به جسم شما چه واقع می‌شود وقتی که در فشار اتموسفیر تغییر وارد شود؟

هرگاه به یک سفر به نقاط پایین‌تر یا بلندتر بروید، باید خود را با فشار اتموسفیر عیار نمایید تا تعادل فشار داخلی و خارجی بدن برقرارگردد. ممکن تجربه کرده باشید که هنگام سفر در مناطق مرتفع و یا پایین گوش‌های شما صدا می‌کند و سبب این است که در کیسه‌های فضایی هوای ماحول گوش، تغییرات فشار به وجود آمده و پرده گوش تان را متأثر می‌سازد.

مثال

a- فشار یک اتموسفیر را در صفر درجهٔ سلسیوس و تعجیل معیاری جاذبهٔ زمین در سطح بحر حساب کنید در صورتی که:

$g = 9.80666\frac{m}{\sec^2}$ و $\rho_{Hg} = 13595\frac{kg}{m^3}$ باشد.

حل

$$\left.\begin{aligned} \rho_{Hg} &= 13595\frac{kg}{m^3} \\ g &= 9.80666\frac{m}{s^2} \\ h &= 76cm = 0.76m \end{aligned}\right\}$$

$P_0 = ?$

$$P_0 = \rho \cdot g \cdot h$$
$$P_0 = 13595 \times 9.8066 \times 0.76$$
$$P_0 = 101324.372\frac{kg \cdot m \cdot m}{m^3 \cdot s^2}$$
$$P_0 = 1.013 \times 10^5 P_a$$
$$\rho_0 = 1atm$$

b- قوه وارده بالای مساحت $2m^2$ را در سطح بحر حساب نمایید.

$P_0 = \frac{F}{A} \Rightarrow F = 1.013 \times 10^5 \times 2 = 2.026 \times 10^5 N \approx$ وزن 20 تن دیده شد که این قوه یک قوهٔ عظیم است.

سؤال‌های مفهومی

فشار اتموسفیر

1 - با توجه به شکل بگویید که چرا شما چنین فشار عظیم و کوبنده را احساس کرده نمی‌توانید؟

2 - چرا کابین‌های طیاره باید دارای فشار هوای تنظیم شده باشد؟

3 - چه واقع می‌شود وقتی که با یک نیچه، آب میوه می‌نوشید؟ شرح دهید.

4 - چرا فشار در قاعدهٔ یک حوض عمیق نسبت به فشار در قاعدهٔ یک جهیل بزرگ کم عمق بیشتر است؟

7-4: اندازه‌گیری فشار در مایعات محصور شده

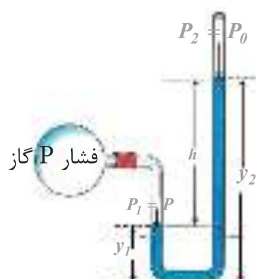
برای اندازه کردن فشار بالای مایعات محصور شده می‌توانیم از یک آله که به نام فشار سنج یاد می‌شود استفاده کنیم.

دو نوع فشار سنج وجود دارد. یکی فشار سنج نل U مانند دهن باز که آن را مونومتر U شکل(U shape monometer) و نوع دوم آن را مونومتر بوردن (Bourdon- type) می‌نامند.

1 - مونومتر دهن باز

این نوع مونومتر از یک نل U مانند شیشه‌یی ساخته شده که در داخل آن مایع قرار دارد. یک انجام آن باز و انجام دیگر آن به سیستمی(تانک) که فشار (P) آن را اندازه می‌کنیم، وصل شده است. فشار مایع در قاعدهٔ ستون چپ مساوی است به $P+\rho g y_1$، در حالی‌که فشار در قاعدهٔ ستون راست مایع، $P_0+\rho g y_2$ می‌باشد. ρ عبارت از کثافت مایع مونومتر می‌باشد. از آن‌جا که در هر دو فشار تعریف شده مربوط می‌شوند به همان نقطه، بنابر آن می‌توان نوشت:

$$P+\rho g y_1 = p_0+\rho g y_2$$
$$P-P_0=\rho g(y_2-y_1)$$
$$P-P_0=\rho g h$$

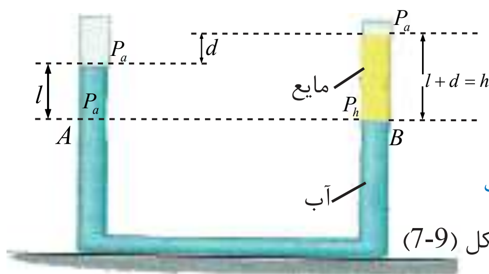


شکل (7-8)

چنان‌که می‌دانید که $(P-P_0)$ به نام تفاوت فشار نظر به عمق بوده و این فشار متناسب به فرق ارتفاع ستون‌های مایع می‌باشد.

مثال

یک نل U مانند شیشه‌یی کمابیش از آب پر شده است، مایع دیگری که با آب مخلوط نگردیده به یک انجام نل علاوه شده تا این مایع در فاصلهٔ d بالای سطح فوقانی آب در ستون دیگر نگهداشته شود.



شکل (7-9)



1 - نسبت بین کثافت مایع و کثافت آب را.

2 - اگر ارتفاع ستون مایع 20cm و d=8cm باشد، کثافت مایع را پیدا کنید.

حل

1 - $P_a = P_h$، زیرا در عین سطح افقی قرار دارند. بنابرآن: $P_0 + \rho_L g(d+l) = P_0 + \rho_w gl$
در رابطه ρ_L کثافت مایع و ρ_w کثافت آب را نشان می‌دهد. بعد از ساده ساختن رابطهٔ بالا داریم:

$$\frac{\rho_L g(d+L)}{\rho_\omega g(d+L)} = \frac{\rho_\omega \cdot g \cdot L}{\rho_\omega g(d+L)} \Rightarrow \quad \frac{\rho_L}{\rho_w} = \frac{l}{l+d}$$

2 - چون:
$$\frac{\rho_L}{1000} = \frac{12}{20} \Rightarrow \rho_L = 600\frac{kg}{m^3}$$

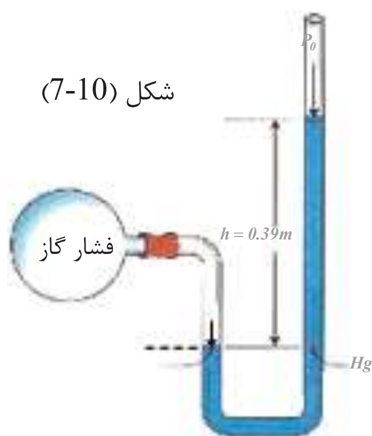
مثال

یک مونومتر دهن باز به یک تانک گاز وصل گردیده است.
سطح سیماب در ستون راست مانند شکل (10-7)، 0.39m بلند تر نسبت به سطح ستون طرف چپ مونومتر قرار دارد. هرگاه یک مونومتر، ارتفاع ستون سیماب را 0.75m-Hg نشان دهد:
a- فشار مطلقهٔ گاز چند است؟ جواب‌ها را به نیوتن بر متر مربع($\frac{N}{m^2}$) و اتموسفیر(atm) ارایه دارید.
b- فشار داخلی گاز نظر به عمق (P_G) را محاسبه نمایید.

حل

a- فشار مطلقهٔ گاز (P_{gas}) عبارت از فشاری است که به سطح بالایی ستون طرف چپ سیماب وارد می‌شود و این فشار مساوی است به فشار وارده در همان ارتفاع افقی در ستون طرف راست سیماب. بنابرآن:

$$P_{gas} = P_0 + P_{Hg} = 0.75 + 0.39 = 1.14m - Hg$$



شکل (10-7)

$$1atm = 0.76mHg \Rightarrow m - Hg = \frac{1atm}{0.76}$$

بنابرآن: $P_{gas} = \frac{1.14}{o.76} = 1.5atm$

و $P_{gas} = 1.5 \times 1.013 \times 10^5 P_a = 1.5195 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$

b- فشار داخلی گاز (P_G) چنین به دست می‌آید:

$$P = \frac{0.39}{0.76} = 0.513 = 0.538 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$P_G \text{(فشار داخلی گاز)} = \frac{\text{ستون سیماب تفاوت فشارها}}{\text{ستون سیماب یک اتموسفیر}} \times 1atm$$

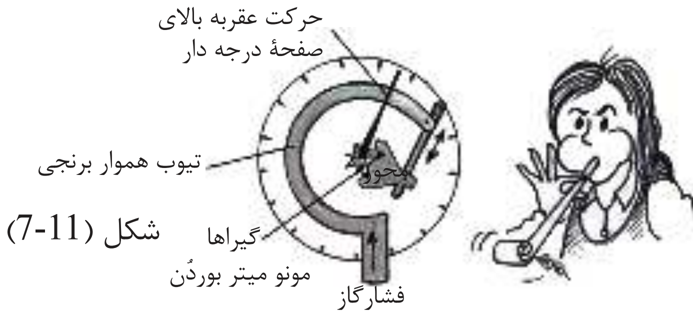
$$P_G = \frac{P_{Hg}}{P_{atm}} \times 1atm = \frac{0.39mHg}{0.76mHg} \times 1atm$$

$$P_G = 0.513 \times 1.013 \times 10^5 Pa = 0.519669 \times 10^5 Pa = 5.2 \times 10^4 \frac{N}{m^2}$$

2) آلهٔ فشار سنج نوع بوردن

از این آله نسبت به مونومتر مایعی (مونومتر U مانند) برای مقاصد مختلف به آسانی و راحتی بیشتر استفاده می‌کنند. این مونومتر از یک تیوب برنجی هموار ساخته شده که یک انجام آن بسته شده و به شکل دایره‌یی کج شده است. انجام بستهٔ آن توسط یک گیرا و چرخ کوچک دندانه دار به یک عقربه که روی یک صفحهٔ مدرج حرکت می‌کند وصل گردیده است، شکل (11-7). این مونومتر چگونه کار می‌کند؟

انجام باز تیوب به آله‌یی که فشار در آن اندازه‌گیری می‌شود وصل گردیده . وقتی که فشار در انجام تیوب هموار وارد می‌شود، تیوب به آهسته‌گی خود را راست می‌کند و در نتیجه حرکت انجام باز نل (که با عقربه اتصال دارد)، عقربه حرکت می‌کند.



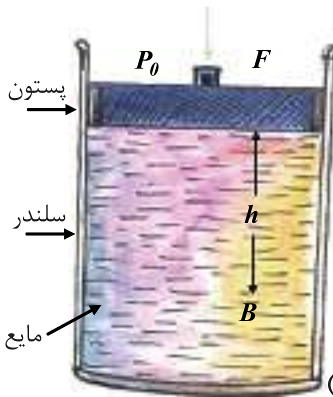
شکل (11-7)

5-7: انتقال فشار در سیال‌ها (قانون پاسکال)

شکل (12-7) یک سیال را در یک سلندری نشان می‌دهد که از مایع پر شده و دارای یک پستون می‌باشد. توسط این پستون می‌توان فشار داخلی سلندر را تغییر داد. فشار در هر نقطهٔ داخل مایع به طور مثال نقطهٔ (B) توسط معادلهٔ $P = P_0 + \rho g h$ حساب شده می‌تواند.

بیایید فشار داخلی را به قدر ΔP_o زیاد نماییم. در این صورت قیمت P نیز به اساس رابطهٔ بالا تزاید می‌یابد. این نتیجه توسط پاسکال (BLAISE PASCAL 1623-1662) اعلان شد که به نام قاعدهٔ پاسکال یاد می‌شود. فشاری که بالای یک مایع محصور شده تطبیق می‌شود، بدون این‌که در مقدار آن کاهش صورت بگیرد، به تمام قسمت‌های مایع و جدارهای ظرف انتقال می‌نماید.

پاسکال آلهٔ مضاعف کنندهٔ قوه را اختراع نمود که به نام شکنجهٔ آبی پاسکال یاد شده و موارد تطبیق مهمی‌در تکنولوژی مودرن دارد.



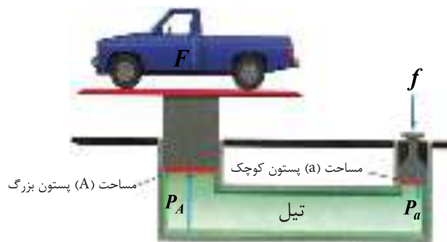
شکل (12-7)

شکنجهٔ آبی (*Hydraulic press*)

شکنجهٔ آبی از دو سلندری ساخته شده که از مایع غلیظ پر گردیده و توسط پستون‌های متحرک سطوح بالایی آن‌ها مسدود شده که در شکل (7-13) نشان داده شده. پستون بزرگ‌تر دارای مساحت (A) و پستون کوچک دارای مساحت (a) می‌باشد.

شکنجهٔ آبی چگونه کار می‌کند؟

1 - وقتی شما یک قوهٔ کوچک (f) را بالای پستون کوچک وارد نمایید. فشار وارد شده $P=\frac{f}{a}$ بالای سطح مایع (تیل) از طریق نل ارتباطی به پستون بزرگ انتقال می‌کند.



شکل (7-13)

2 - چون فشار در سطح هر دو پستون مساوی است. بناءً: $P=\frac{f}{a}=\frac{F}{A}\Rightarrow F=f\times\frac{A}{a}$

رابطهٔ اخیر نشان می‌دهد که شکنجهٔ آبی یک آلهٔ مضاعف کنندهٔ قوه با فایدهٔ میخانیکی خیالی مساوی به $\frac{A}{a}$ می‌باشد. چوکی‌های سلمانی، چوکی‌های داکتر دندان، جک‌های موتر و برک‌های‌هایدرولیکی همهٔ آن‌ها وسایلی هستند که با استفاده از قاعدهٔ پاسکال ساخته شده‌اند. شما می‌توانید یک فعالیت شگفت آوری را توسط تطبیق قاعدهٔ پاسکال اجرا نمایید. فعالیت ذیل را انجام دهید.



فعالیت: حرکت شگفت آور یک آب بازک (بوتل کوچک) در ظرف آب

مواد ضروری: بوتل استوانه‌یی کوچک به طول 8 الی 10 سانتی متر، مرتبان شیشه‌یی طویل و پردهٔ رابری ارتجاعی (قطعهٔ پوقانهٔ قیچی شده)، آب و یک عدد تشله.

طرزالعمل

1 - مرتبان را خوب از آب پر کنید.

2 - به‌اندازه‌یی در بوتل کوچک آب بیندازید تا این که در سطح آب قرار گرفته و هنگام فرورفتن در داخل مرتبان در آن شنا کند.

3 - تشله را به وسط پردهٔ رابری مطابق شکل بسته نموده و پرده را به لبهٔ فوقانی مرتبان محکم کنید.

4 - پرده را از تشله گرفته فشار دهید و بار دوم بالا کش کنید.

مشاهدات خود را یادداشت کنید و آن را شرح دهید.



شکل (7-14)

تزاید فشار هوا در سطح فوقانی مرتبان از طریق مایع انتقال می‌کند و سبب می‌شود تا مقدار آب بیشتر در داخل آب بازک شود. قوۀ صعودی در آن کاهش می‌یابد و سبب می‌شود تا بوتل آب بازک در آن شنا کند. با کم شدن دوبارۀ فشار، بوتل، قوه صعودی خود را باز می‌یابد و به سطح فوقانی بالا می‌رود.

مثال

در یک شکنجۀ آبی اگر پستون کوچک داری قطر 5cm و پستون بزرگ دارای قطر 40cm باشد، کدام وزنه را بالای پستون کوچک باید گذاشت تا موتری را که دارای وزن $2\times10^4 N$ می‌باشد، بالای پستون بزرگ در توازن نگهدارد؟

حل: داریم که:

$$d = 5cm \Rightarrow r = \frac{d}{2} = 2.5cm = 0.025m$$

$$D = 40cm \Rightarrow R = 20cm = 0.2m$$

$$F = 2\times10^4 N$$

$$f = ?$$

$$a = \pi r^2 = \pi\times(0.025)^2 = 0.000625\pi$$

$$A = \pi R^2 = \pi\times(0.2)^2 = 0.04\pi$$

$$F = 2\times10^4 N$$

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow f = F\times\frac{a}{A}$$

$$f = 2\times10^4\times\frac{0.025\times0.025}{0.2\times0.2} \Rightarrow f = 312.5N$$

آیا می‌دانید که شما می‌توانید یک شکنجۀ آبی را دیزاین کنید؟



فعالیت اضافی: ماشین‌هایدرولیکی

مواد ضروری: سرنج کوچک، سرنج کلان، نل رابری باریک و یک مایع (آب ،تیل یا ....)

طرزالعمل

1 - هر دو سرنج را مطابق شکل دیاگرام به هم وصل کنید.

2 - سرنجها را از مایع پر کنید.

3 - پستون کوچک A را فشار دهید.

4 - مشاهدات تان را ثبت نموده آن را تشریح کنید.

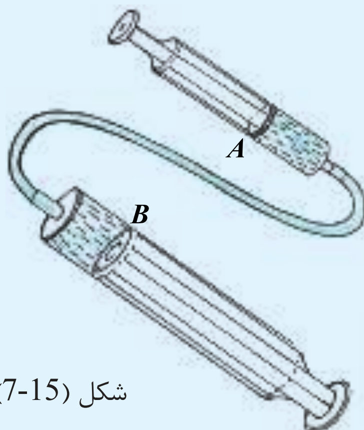
یادداشت: پستون B به‌اندازۀ کمی‌به عقب رانده می‌شود.

چرا قوه در پستون B بزرگ شده است؟

$$\frac{\text{قوه بالای پستون B}}{\text{مساحت B}} = \frac{\text{قوه بالای پستون A}}{\text{مساحت A}}$$

ویا

$$\frac{F_A}{A} = \frac{F_B}{B}$$



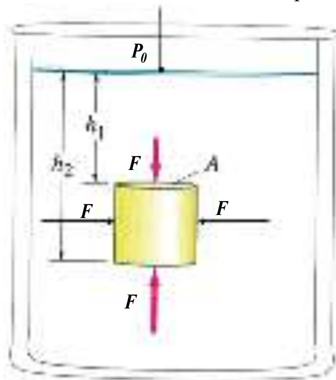
شکل (15-7)



7-6: قانون ارشمیدس (*Archimedes Law*)

چرا اجسام در داخل آب سبک‌تر می‌شوند؟ شما از این پیش دانستید که سیال‌ها بالای اجسام یک قوهٔ صعودی وارد می‌کنند که در نتیجهٔ آن اجسام و یا در سیال غرق می‌شوند. این قوه را به نام قوهٔ شناوری (buoyancy) نامیده‌اند. قوهٔ صعودی شناوری به مقابل وزن جسم (قوهٔ جاذبه زمین) عمل کرده و چون وزن جسم بیشتر از قوهٔ صعودی است. جسم در آب فرو می‌رود. در این حالت جسم سبک‌تر ظاهر می‌شود و وزن آن به نام وزن ظاهری آن یاد می‌شود. (به خاطر باید داشت که قوهٔ صعودی سبب می‌شود تا اجسام در مایعات غرق شوند یا شنا کنند.) تصور کنید که یک جسم مکعبی شکل، مکمل در یک سیال غرق شده که در شکل (7-16) نشان داده شده است.

سیال قوه‌های عمود را بالای تمام سطوح جسم وارد می‌کند. قوه‌یی که بالای سطح قاعدهٔ مکعب وارد می‌شود عبارت است از: A قوهٔ صعودی $= F_{up} = (P_0 + \rho_f g h_2)A$



شکل (7-16)

قوه‌یی که بالای سطح فوقانی مکعب وارد می‌گردد عبارت است از: قوهٔ نزولی $= F_{down} = (P_0 + \rho_f g h_1)A$

چون $h_2 > h_1$ است. لذا $F_{up} > F_{down}$، و قوهٔ منتجهٔ صعودی برابر با $F_{up} - F_{down}$ خواهد بود.

نتیجهٔ قوهٔ صعودی را به F_B نمایش داده می‌نویسیم:

$$F_B = \rho_f g (h_2 - h_1) A$$

چون $(h_2 - h_1)$ ارتفاع جسم است بنابرآن:

$$\text{حجم جسم} = V = A(h_2 - h_1)$$

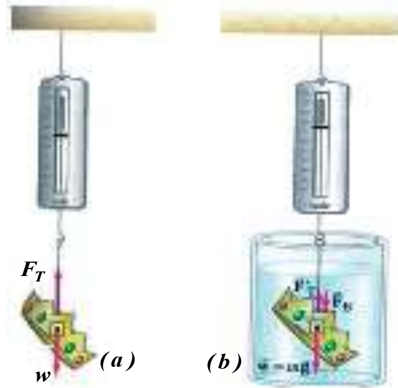
پس در صورتی که جسم غرق شود: $F_B = \rho_f \times V \times g$

در رابطهٔ اخیر ρ_f و V به ترتیب کثافت سیال و حجم جسم غرق شده است.

نتیجهٔ قوهٔ صعودی (buoyant force) برابر است با وزن مقدار سیال بی‌جا شده توسط جسم. این حقیقت یکی از قدیمی‌ترین کشف‌ها در فزیک است که در حدود 250 سال قبل از میلاد توسط ارشمیدس (Archimedes) فیلسوف یونانی استنباط گردید.

قاعدهٔ ارشمیدس حسب زیر تشریح شده می‌تواند:

هر جسمی‌که قسماً یا تمام در یک سیال فرو می‌رود، یک قوهٔ صعودی به مقابل آن عمل می‌کند که در نتیجه از وزن آن کاسته می‌شود،



شکل (17-7)

که مقدار این وزن باخته شده، در جسم مساوی است به وزن مقدار آب بی‌جا شدۀ هم حجم جسم مذکور، یعنی: وزن سیال بی‌جا شده مساوی است به F_B .

برای اندازه کردن وزن واقعی جسم (W)، آن را به طور عمودی از انجام یک ترازوی فنری می‌آویزیم و از روی صفحۀ مدرج مقابل فنر، وزن واقعی آن را می‌خوانیم. اگر همین جسم آویزان شده را مکمل در یک مایع (سیال) فرو ببریم، دیده می‌شود که از وزن آن به سبب قوۀ صعودی ارشمیدس کاسته می‌شود. در این حالت: $T' = W - F_B$

وزن ظاهری جسم (W') عبارت است از: $W' = W - F_B$

لذا: $F_B = W - W' =$ وزن سیال بی‌جا شده

دیاگرام نشان می‌دهد که:

وزن واقعی $= W = T =$ قوۀ کشش فنر

وزن ظاهری $= T' = W - F_B$

چه وقت جسم شنا می‌کند و یا غرق می‌شود؟

برای دادن جواب به این سؤال بیایید سه حالت ذیل را به بحث بگیریم:

1 - هرگاه قوۀ صعودی ارشمیدس کم‌تر از وزن واقعی جسم باشد: $F_B < W$

«جهت قوۀ منتجه به طرف پایین بوده و بنابر آن جسم در سیال فرو می‌رود و مکمل غرق می‌شود» یعنی: $\rho_f \times v \times g < \rho \times v \times g$

ویا: $\rho_f < \rho$

(کثافت سیال کم‌تر از کثافت جسم است.)

2 - هرگاه قوۀ ارشمیدس مساوی به وزن واقعی جسم باشد: $F_B = W$

قوهٔ منتجه مساوی به صفر بوده و جسم در حالت تعادل قرار دارد؛ یعنی نه فرو می‌رود و نه صعود می‌کند.

$$\rho_f \times v \times g = \rho \times v \times g \quad \text{ویا} \Rightarrow \quad \rho_f = \rho$$

کثافت سیال مساوی به کثافت جسم است (مقدار وزن ظاهری جسم در این حالت چند است؟).

3 - هرگاه قوهٔ صعودی بزرگ‌تر از وزن واقعی جسم باشد و تمام جسم تحت سیال قرار گیرد: $F_B > W$

(جهت قوهٔ منتجه به طرف بالا بوده و جسم را به سمت بالا تیله می‌کند) و در نتیجه، جسم به تدریج به سطح آب بلند رفته و شنا می‌کند تا این‌که به محل تعادل (قسمتی از آن زیر آب باشد) قرار گیرد و در این حالت وزن سیال بی‌جا شده، مساوی است به وزن جسم.

$$\rho_f \times v \times g > \rho \times v \times g$$

$$\rho_f > \rho$$

کثافت سیال بزرگ‌تر از کثافت جسم است؛ اما وقتی‌که جسم در سطح مایع شنا می‌کند، قسمتی از آن در تحت مایع قرار داشته و حالت سکون را دارد؛ یعنی در تعادل است. بنابرآن:

$$F_{B'} > W$$

$$V'_f \rho_f g = V \rho_0 g$$

(V'_f مساوی به حجم قسمت غرق شدهٔ جسم در مایع می‌باشد.) $\dfrac{V_f}{V} = \dfrac{\rho_0}{\rho_f}$

پس، نسبت کثافت‌ها مساوی است به کسر حجم غرق شدهٔ جسم.

مثال: کثافت یخ $920 kg/m^3$ است در حالی‌که کثافت آب بحر $1025 Kg/m^3$ می‌باشد. کسر تودهٔ یخ شناور کدام حالت‌های زیر را می‌گیرد.

a: به آب فرو می‌رود؟

b: بیرون از آب می‌ماند؟

حل:

a- کسر حجم غرق در آب $\dfrac{V_f}{V} = \dfrac{\rho}{\rho_f} = \dfrac{920}{1025}$

$= 0.89 = 89\%$

b- کسر حجم بیرون آب $= 100\% - 89\%$

$= 11\%$

برای مشاهدهٔ تأثیر کثافت مایع بالای مقدار قوهٔ صعودی ارشمیدس فعالیت ذیل را انجام داده می‌توانید.





فعالیت: «شناوری یک تخم»

مواد ضروری: (تخم تازه، یک ظرف شیشه‌یی، آب، نمک طعام (NaCl)، قاشق و سیخ شور دهنده.)

طرزالعمل:

1 - دو ثلث (2/3) ظرف را از آب پر نمایید.

2 - تخم را به آهسته‌گی به داخل ظرف فروبرید.

خواهید دید که تخم در آب غرق می‌شود، توضیح کنید که چرا؟



شکل (18-7)

3 - یک قاشق پر چای‌خوری نمک را در آب انداخته و شور دهید و تخم را مشاهده کنید.

4 - نمک را علاو کرده بروید تا زمانی‌که تخم در سر آب آمده قسماً در آب شنا کند.

5 - مقدار قوهٔ صعودی را در هر مرحله با گروپ تان مباحثه کنید.

بدون شک، به نتیجه خواهید رسید که با علاوه کردن نمک، به تدریج کثافت آب نمکی ازدیاد یافته و قوهٔ صعودی نیز به تدریج زیاد شده می‌رود؛ یعنی می‌توان گفت که: قوهٔ صعودی به گونهٔ مستقیم متناسب به کثافت مایع می‌باشد.

مثال:

یک شخص یک سیت طلا را از مارکیت با جگرهٔ زیاد می‌خرد. وقتی که خانه می‌آید طلا را وزن نموده $7.84N$ می‌شود. در مرحلهٔ دوم وزن عین طلا را در آب پیدا می‌کند، ترازو این بار $6.86N$ را نشان می‌دهد. آیا طلایی را که خریده شده طلای خالص است یا ناخالصی (غش) دارد؟ شرح کنید.

حل:

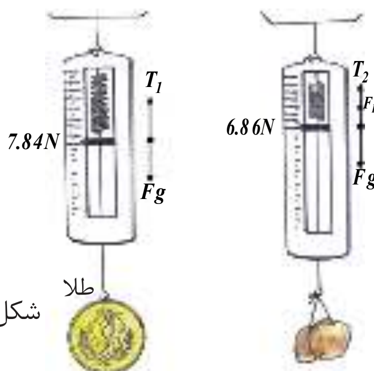
1 - معلوماتی که داده شده‌اند:

وزن طلا $= F_g = 7.84N$

وزن ظاهری $= 6.86N$

کثافت آب $= \rho_w = 1.00 \times 10^3\ Kg/m^3$

کثافت طلا $= \rho_g = ?$



شکل (19-7)

2 _ $W = mg = 7.84N$

$= F_g - F_B$ وزن ظاهری $\quad \therefore F_B = 7.84 - 6.86 = 0.98\ N$

$$F_B = V_0\,\rho g$$

$$0.98 = V_0 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8$$

$$V_0 = 1 \times 10^{-4}\, m^3$$

$$\therefore F_g = w = m_0 g = V_0 \rho_0 g \Rightarrow \rho_0 = \frac{w}{v_0 \cdot g}$$

$$\rho_0 = \frac{7.84}{1 \times 10^{-4} \times 9.8} = 8 \times 10^3\ Kg/m^3$$

اما کثافت طلا $19.3 \times 10^3\ Kg/m^3$ است. پس طلای خریده شده خالص نیست.



سؤال‌ها:

1 - فشار سیال‌ها همیشه موجه است به سمت:

a: بالا b: به جوانب

c: پائین d: به همه سمت‌ها

2 - کدام یک از معادلات ذیل، معادلۀ صحیح قوۀ منتجه (F_{net}) است که بالای جسم غرق شده عمل می‌کند؟

a: $F_{net} = 0$

b: $F_{net} = (\rho_{جسم} - \rho) g V_{جسم}$

c: $F_{net} = \rho_f g A (h_2 - h_1)$

d: $F_{net} = (\rho_f + \rho) g V_0$

3 - چطور وزن جسم شناور توسط قوۀ صعودی متأثر می‌شود، توضیح دهید.

4 - برای هر جسم فرورفته در آب قوۀ صعودی ارشمیدس مساوی به چیست؟

5 - فولاد نسبت به آب کثافت خیلی بیش‌تر دارد. پس چگونه کشتی‌های فولادی روی اب شنا می‌کنند؟

6 - کدام اجسام زیر در یک تیوب پر از سیماب شنا می‌کنند؟

a- یک انگشتر جامد طلا

b- یک مکعب یخ

c- یک پیچ آهنی

d- $5ml$ آب

مواد	کثافت به Kg/m^3
یخ	0.917×10^3
آهن	7.86×10^3
طلا	19.3×10^3
سیماب	13.6×10^3

بریک‌های دایره‌یی هایدرولیک

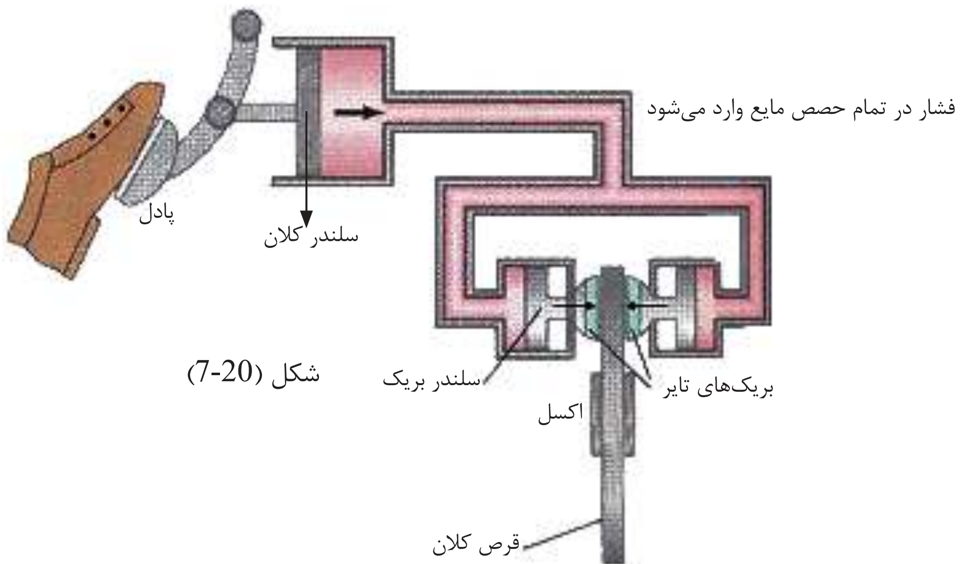
در یک موتر برای تطبیق قوه‌های مساوی به هر یک از چهار تایر و برای زیاد ساختن مقدار قوه بالای بریک از قانون پاسکال استفاده شده است. این کار چطور صورت می‌گیرد؟

برای ارایهٔ جواب به مراحل زیر دقت کنید:

1 - پای دریور، پستون را فشار می‌دهد تا بالای مایع بریک فشار وارد شود.

2 - فشار از طریق مایع به پستون‌ها به دو طرف قرص کلان دایره‌یی که به اکسل موتر محکم شده، انتقال می‌کند.

3 - این فشار، پستون‌ها را به قرص می‌چسپاند تا حرکت موتر آهسته شود. فشار در تمام حصص مایع وارد می‌شود.



شکل (7-20)



خلاصۀ فصل هفتم

1 - سیال عبارت از یک ماده‌یی است که جریان کرده می‌تواند، بنابر این شکل معیین ندارد. گازها و مایعات هر دو سیال‌ها اند.

2 - فشار عبارت از مقدار قوۀ وارده بر واحد سطح می‌باشد.

3 - فشار با ازدیاد عمق تزاید می‌یابد.

4 - وزن اتموسفیر سبب به وجود آمدن فشار می‌گردد که به نام فشار اتموسفیر یاد می‌شود.

5 - سیال‌ها از ساحۀ فشار زیاد به ساحۀ فشار کم جریان می‌کنند.

6 - فشار تطبیق شده در یک سیال محصور شده در هر نقطۀ سیال و جدارهای ظرف مساویانه انتقال می‌کند (قاعدۀ پاسکال).

7 - قوۀ صعودی عبارت از قوه‌یی است که به سمت بالا توسط سیال بالای یک جسمی‌که قسماً ویا تمام در سیال غرق شده باشد، عمل می‌کند.

8 - قوۀ صعودی به سبب اختلاف فشار در مایع به وجود می‌آید.

9 - قاعدۀ ارشمیدس بیان می‌کند که "قوۀ صعودی بالای یک جسم مساوی به وزن سیال بی‌جاشده توسط همان جسم است."

10 - مقدار قوۀ صعودی بالای جسم شناور مساوی است به وزن جسم، (سیستم در تعادل است).

سؤال‌های فصل هفتم

1 - مفاهیم و کلمات زیر را به زبان خود تعریف نمایید:
سیال، فشار اتموسفیر، قوۀ صعودی ارشمیدس.

2 - کدام یک از جمله‌های زیر در بارۀ سیال‌ها صحیح است؟
a. سیال‌ها به ندرت شکل ظرفی را که در آن قرار دارند، به خود می‌گیرند.
b. سیال‌ها شامل مایعات و گازات می‌باشند.
c. سیال‌ها از فشار پایین به فشار بلند جریان پیدا می‌کنند.
d. سیال‌ها بیش‌ترین فشار را به سمت پایین وارد می‌کنند.

3 - چرا شما توسط فشار اتموسیفر شکنجه نمی‌شوید؟

مسایل:

4 - فشار قاعدۀ یک حوض آب بازی به عمق 3m چند است؟
($1.013\times10^5 P_a$=فشار اتموسفیر)

5 - وزن یک پارچۀ فلز در هوا 50N، در آب 36N و در مایع نا معلوم، 41N می‌باشد. کثافت‌های فلز و مایع نا معلوم را دریافت کنید.

6 - بسیار کشتی‌ها از پلاستیک و دیگر مواد ترکیبی ساخته شده‌اند که کثافت آن‌ها بیش‌تر از کثافت آب است. چطور چنین کشتی‌ها می‌توانند در آب شنا کنند؟

7 - یک بالون رابری خالی دارای کتلۀ $(0.012)Kg$ می‌باشد. این بالون در $0C^0$، فشار 1_{atm} و کثافت $(0.179)Kg/m^3$ از گاز هیلیوم پر شده است. بالون پرشده، شکل کره‌یی داشته و دارای شعاع 0.5m می‌باشد.

a. مقدار قوۀ صعودی عامل بالای بالون چند است؟

b. قوۀ منتجۀ عامل بالای بالون را حساب کنید.

بخاطر داشته باشید که:

$\rho_{air} 1.29\,Kg/m^3$ و $g = 9.8\,m/s^2$ می‌باشند.

8 - برای پمپ کردن آب به ارتفاع 250m در بلندترین نقطۀ تعمیر کدام فشار داخلی (P_G) ضرورت است تا آب را از قاعدۀ تعمیر به ارتفاع مذکور برساند؟ کثافت آب $10^3 kg/m^2$ و $g = 9.8\,m/s^2$ می‌باشد.

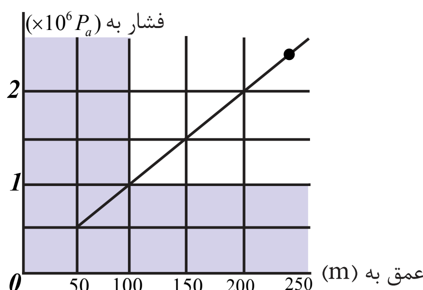


9 - یک تیوب سادهٔ شیشه‌یی U مانند دارایی سیماب می‌باشد. به ستون طرف راست تیوب مقدار آب را علاوه کنید تا ارتفاع ستون به 0.68 برسد. سیماب در ستون چپ از سطح اصلی آن تا کدام ارتفاع بالا خواهد رفت؟

$$\rho_{Hg} = 13600\, Kg/m^3 \quad و \quad \rho_W = 1\times10^3\, Kg/m^3$$

10 - شما دیده باشید که قاعدهٔ بندها را نسبت به قسمت فوقانی آن ضخیم تر می‌سازند. چرا؟ شرح دهید.

11 - گراف ذیل فشار آب را که توسط یک ساینس دان به عمق‌های مختلف بحر اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد. با استفاده از این گراف سؤال‌های ذیل را جواب بدهید:



1 - فشار بالای جسم زمانی‌که در عمق 100m در آب قرار دارد چند است؟

a) $1.0\times10^6 P_a$ b) $1.5\times10^6 P_a$

c) $2.0\times10^6 P_a$ d) $1.1\times10^6 P_a$

2 - به اساس ارقام ثبت شده در گراف، کدام یک از فشارهای ذیل بهترین تخمین برای فشار در عمق 250m آب در تحت بحر خواهد بود؟

a) $1.7\times10^6 P_a$ b) $2.6\times10^6 P_a$

c) $2.2\times10^6 P_a$ d) $5.0\times10^6 P_a$

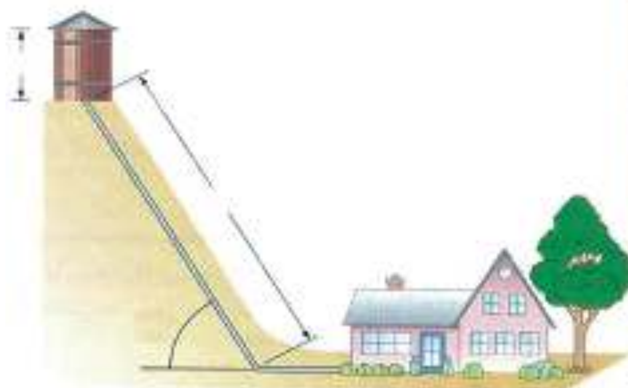
12 - دو ظرف استوانه‌یی را تصور کنید که دارای عین قاعده به مساحت A بوده و در یک سطح قرار دارند. سلندرها دارای یک مایع به کثافت (ρ) می‌باشند، اما ارتفاع مایع در یک سلندر (h_1) و در سلندر دومی(h_2) می‌باشد. چقدر کار توسط قوهٔ جاذبه انجام شود تا سطوح هر دو سلندر را در تعادل آورد؛ یعنی دارای همان ارتفاع گردند؟ (البته در صورتی‌که سلندرها باهم وصل شوند).



سیال‌های متحرک

8-1: سیال‌های خیالی (ایده آل)

وجوه تشابه ویا تفاوت در مایعات و گازات متحرک:




میدانید که سیال‌ها آن حالت مواد را گویند که در حالت مایع و یا حالت گاز باشند. آن‌ها گاهی دارای خصوصیات مشابه بوده و در بعضی از خواص آن‌ها تفاوت‌ها وجود دارند.

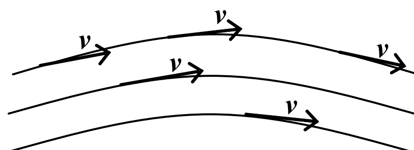
مایعات درحالت سکون و حرکت تراکم پذیر نیستند؛ یعنی حجم مایع در اثر فشار تغییر می‌کند؛ اما زمانی که گاز در جریان باشد می‌توان آنرا هم غیر قابل تراکم قبول نماییم.

هرگاه سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کمتر باشد. اثر تغییرات فشار بر حجم گازهای متحرک بسیار کم و قابل صرف نظر می‌باشد. قانونمندی‌ها برای گازهای متحرک برای مایعات متحرک نیز قابل تطبیق بوده؛ ولی هرگاه حرکت ذرات سیال فوق سرعت صوت به طور نمونه انفجارات و یا حالا که غلظت گاز کم و فشار کمتر از (0.7mbar) ملی‌بار در نل‌های که قطر آن بیشتر از (7mm) ملی متر باشد مطالعهٔ مایعات و گازات تحت قاعده‌های مشترک صورت گرفته نمی‌تواند.

- یک سیال (مایع، گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌نامند که قابلیت تراکم و اصطکاک داخلی نداشته باشد.

- مجموعه وکتورهای سرعت (v) به تابع (t) از تمام فضای که مایع از آن می‌گذرد ساحهٔ وکتور سرعت را تشکیل می‌دهد.

در مایعات متحرک خطوط عبور مایع با جهت وکتورهای سرعت (V) در هر نقطه مماس اند که این خطوط را (خطوط جریان) می‌نامند.



شکل (1-8)

تجربه

ذرات را با یک مایع متحرکی که ازیک نل عبور می‌کند، مخلوط می‌کنیم طوری‌که کثافت این ذٌرات از هم تفاوت بسیار کمی‌داشته باشند. اکنون حالت جریان مایع را با استفاده ازحرکت این ذرّات در داخل مایع، به وسیلهء یک دستگاه عکاسی که بتواند برای وقت‌های بسیار کوتاه عکاسی کند، تحت مطالعه می‌گیریم. در عکس‌ها ذرات مخلوط شده، هر کدام نظر به مقدار سرعت خود، یک خط دراز ویا کوتاه را نمایش می‌دهند که در حقیقت همان خطوط جریان‌ها هستند. هم‌چنان در عکس‌ها دیده می‌شود که هر قدری که مسیر جریان یک مایع کوچک‌تر می‌شود؛ یعنی قطر نلی که مایع از آن عبور می‌کند خوردتر می‌شود، به همان تناسب، خطوط جریان با هم نزدیک واقع می‌شوند و اگر قطر بزرگ‌تر شود، فاصله بین خطوط زیادتر می‌شود. در بسیاری ازجریان‌ها، تصویرخطوط جریان درزمان‌های مختلف یک‌سان باقی می‌ماند طوری‌که هرذرهٔ مایع، نقطهٔ معیینی از فضا را با عین سرعت عبور می‌کند. در این جریان‌ها، کمیت وسمت سرعت ذراتی‌که از مایع عبور می‌کنند، مساوی است و شخصی که مشاهد است، همیشه عین تصویر را از جریان، به چشم خویش می‌بیند که این گونه جریان را جریان مستقر می‌گویند. در این نوع جریان‌ها، هیچ کدام از کمیت‌های جریان مایعات (فشار، سرعت، اصطکاک، مقدار مایع عبوری) تابع وقت نیستند. اگر این کمیت‌ها در یک جریان مایع، با گذشت زمان تغییر کنند، این مایع را مایع غیر مستقر نامند. آن قسمت از مایع که توسط خطوط جریان محدود می‌شود، به نام لولهٔ جریان یاد می‌شود. وکتور سرعت مایع(V) که بر خط جریان در هر نقطه مماس است، برسطح لولهٔ جریان نیز مماس می‌باشد و این سبب می‌شود که ذرات مایع در اثنای حرکت خود، دیوارهای لولهٔ جریان را قطع نکنند.

8-2: معادلهٔ متمادیت

هرگاه مایعی که تراکم پذیر نیست، کثافت و حجم آن ثابت است. از یک نلی که مقطع‌های ($A_1.A_2$ و ....) متفاوت بوده عبور کند سرعت جریان ($v_1.v_2$ و ....) آن تغییر می‌کند طوری که:

حاصل ضرب کمیت‌های (A.v) در هر مقطع جریان ثابت باقی می‌ماند؛ یعنی:

$$A.v = const \quad \text{و یا} \quad A_1v_2 = A_2v_2...$$

رابطه اخیر نتیجه گرفته می‌شود که بزرگی مقطع نل (A) با سرعت جریان (v) مایع، نسبت معکوس دارد. هرگاه رابطهٔ اخیر فوق را به شکل ذیل تغییر دهیم.

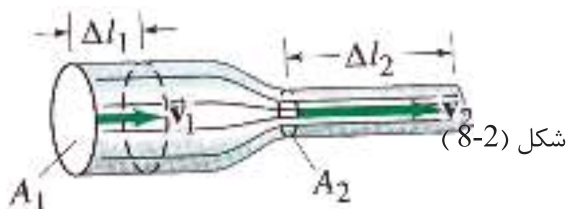
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

رابطهٔ فوق را به نام معادلهٔ متمادیت یا پیوسته‌گی می‌نامند که توسط برنولی عالم ایتالوی به اثبات رسید که چنین بیان می‌دارد.

در یک نلی با مقطع‌های متفاوت سرعت جریان مایع معکوساً متناسب به مقطع نل می‌باشد.

یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان مایع کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان مایع بزرگ است.

قضیهٔ متمادیت در جریان مایعات واقعی و هم در گازها وقتی قابل تطبیق است که از قابلیت تراکم شان صرف نظر گردد.



شکل (2-8)

8-3: معادلهٔ برنولی

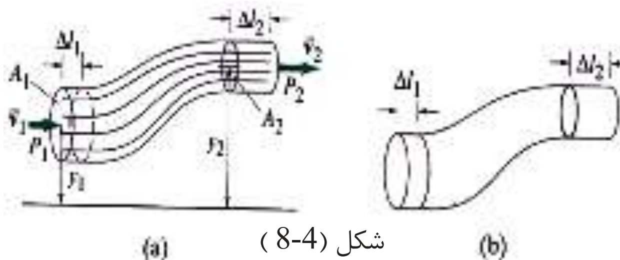
ارتباط سرعت جریان یک مایع با فشار و مقطع را در قضیهٔ پیوسته‌گی و متمادیت دیدیم. اکنون این رابطه را در قانون برنولی مطالعه می‌کنیم.

دریک سیالی که از اصطکاک در آن صرف نظر شده باشد، با استفاده از قا نون تحفظ انرژی، می‌توان رابطهٔ اساسی‌یی را بین کمیت‌هایی که جریان سیال را مشخص می‌سازند، به‌دست آورد.

برای توضیح بیش‌تر این مطلب یک مایع خیالی را در نظر می‌گیریم، که به صورت ثابت و یک‌سان در یک نل جریان دارد. در این مایع یک لولهٔ جریانی را که دارای مقطع کوچک است، مطالعه می‌کنیم. به شکل (4-8) توجه کنید. احجامی‌که مایع در آن جریان دارد، از یک‌طرف توسط دیوارهای لولهٔ جریان و از جانب دیگر توسط مقاطع A_1 وA_2، که بر خطوط جریان عمود هستند، محدود شده است. در تمام حصه‌های این نل که از بین آن مایع عبور می‌کند، فشار وجود دارد.به‌طور مثال در موقعیت A_1 فشار p_1 و در موقعیت A_2 فشار p_2 عمل می‌کنند. اگر به اثر جریان مایعی که از عقب می‌آید مقطع A_1 به موقعیتA_1به جلو رانده شود،کاری که برای این منظور ضرورت است، طور ذیل افاده می‌شود.

$$W = F_1 \cdot l_1$$
$$W = P_1 A_1 l_1 = P_1 A_1 v_1 t$$

چون حجم مایع $A_1 v_1 t = V$ است ،پس می‌توان نوشت: $W = P_1 \cdot V$ ....(1)



شکل (4-8)

اگر مقدار مایعی را که در مقاطع A_1 وA_2 جریان دارد در نظر بگیریم، کارW باعث ایجاد کارهای قسمی‌یا کارهای جزیی می‌شود طوری‌که:

1 - مقطع A_2 به اثر فشار p_2 به موقعیت A_2' طوری لغزانده می‌شود، که حجمی‌که دربین مقاطع A_2 و A_2' قرار دارد، عین همان قیمت Vرا دارد که بین مقاطع A_1 و A_1' داشته است و کار مورد ضرورت عبارت از W_1 است:

$$W_1 = F_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot t = P_2 \cdot A_2 \cdot L_2 = P_2 \cdot V ......(2)$$

2 - مقدار مایع با حجم V از ارتفاع h_1 به موقعیتی آورده می‌شود که دارای ارتفاع h_2 است.
پس کاری که برای این منظور ضرورت است، عبارت است از W_2:

$$W_2 = mg(h_2 - h_1) \qquad m = \rho \cdot V \qquad \text{و}$$

$$W_2 = \rho \cdot V \cdot g(h_2 - h_1) \,.......(3)$$

3 - آن مقدار مایع که در سطح زیرین قرار دارد، دارای سرعت v_1 و انرژی حرکی آن:

$$E_{K1} = mv_1^2 / 2$$

چون این مقدار مایع در سطح پایینی فشرده می‌شود، مقدار مایع مساوی به آ ن در حجم بالایی با سرعت v_2 و انرژی حرکی $E_{K2} = mv_2^2 / 2$ نفوذ می‌کند. برای ازدیاد مقدار انرژی حرکی، کار مورد نیاز عبارت است از:

$$W_3 = \square mv_2^2 + \square mv_1^2 \,.......(4)$$

اگر از آن مقدارانرژی، که برای بی تأثیر ساختن اصطکاک بین جدار نل و ذرات مایع، در طول نل ضرورت است صرف‌نظر شود، قانون برنولی از رابطۀ $W = W_1 + W_2 + W_3$ چنین به‌دست می‌آید:

$$P_1 V = (p_2 V) + (V\rho\, g\, h_2 - V\rho\, g\, h_1) + (1/2m V_2^2 - 1/2\, m V_1^2)$$

اگر به جای $m = V\rho$ تعویض شود، و تمام معادله با V اختصار گردد داریم که:

$$p_1 = p_2 + \rho\, g\, h_2 - \rho\, g\, h_1 + 1/2\, \rho\, V_2^2 - 1/2\, \rho\, V_1^2$$

ما می‌توانیم افادۀ فوق را ترتیب و ساده بسازیم، قانون برنولی را در مورد جریان این‌طور به‌دست آوریم:

$$P_1 + \rho\, gh_1 + 1/2\, \rho V_1^2 = P_2 + \rho\, gh_2 + 1/2\, \rho V_2^2$$

این قانون نه تنها در مورد یک مایعی‌که در داخل یک نل جریان دارد صدق می‌کند؛ بلکه در مورد آن مایعاتی که به‌طور آزاد و یا هم در مورد ذرات مایعی که به‌صورت رشته‌ها در داخل نل‌ها، پهلوی هم و بدون آن‌که با هم مخلوط شوند جریان داشته باشند، قابلیت تطبیق را دارد.
اگر در یک جریان، ارتفاعات h_1 و h_2 با هم مساوی و یا از هم تفاوت اندکی داشته باشند، اجزای $\rho\, gh_1$ و $\rho\, gh_2$ در معادله هم‌دیگر را افناء می‌کنند و از تأثیر آن‌ها می‌توان صرف‌نظر کرد. باید گفت که از افادۀ سادۀ اخیر، پیش از همه در گازها استفاده می‌شود، زیرا کثافت گازها پایین است. در رابطۀ ساده، قانون برنولی این شکل را به‌خود می‌گیرد:

$$P_1 + \frac{\rho\, v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho\, v_2^2}{2}$$

افادهٔ فوق چنین بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط کم‌تر است که در آن‌جا سرعت بیش‌تر باشد. مقاطع A_1 و A_2 به‌طور کیفی انتخاب شده‌اند و می‌توان گفت که در هر مقطع لولهٔ جریان افادهٔ $(\rho v^2/2 + \rho gh + p)$ دارای عین قیمت است. برای این‌که در معادلهٔ فوق دقت بیش‌تر ایجاد شود، مقطع عرضانی A را به صفر تقرب می‌دهیم، که در این‌صورت لولهٔ جریان به یک خط جریان تقرب می‌کندو کمیات V, P و h که در هر دو طرف معادله وجود دارند، می‌توانند طوری تلقی شوند که به دو نقطهٔ کیفی عین خط جریان تعلق دارند، و در نتیجه نشان می‌دهد که به امتداد هر خط جریان در یک مایع خیالی این شرط صدق می‌کند.

$$\rho v^2/2 + \rho gh + p = ct$$

رابطهٔ اخیر هم شکل دیگری از معادلهٔ برنولی است.
ما این معادله را برای یک مایع خیالی به‌دست آوردیم، که برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان بسیار زیاد نیست، هم قابلیت تطبیق را دارد.

فشار در قاعدهٔ بند آب

یکی دیگر از مواردی که ما ارتباط سرعت جریان سیال را با فشار و مساحت مقطع مشاهده می‌کنیم، بند آب است.
فرض می‌کنیم که در مقابل یک مایعی که به‌صورت افقی جریان دارد، بندی ایجاد می‌شود. در آن صورت طبیعی است که به اثر فشار اضافی که در کاسهٔ بند به وجود می‌آید، مایع به حالت سکون در می‌آید. این فشار اضافی تولید شده، به نام فشار بند یاد می‌شود و به p_s نشان داده می‌شود که عبارت است از: $p_2 - p_1 = p_s$
این فشار را می‌توان وقتی محاسبه کرد که در معادلهٔ برنولی $v_2 = 0$ تعویض شود.
در ان‌صورت خواهیم داشت که: $p_s = p_2 - p_1 = 1/2\,\rho\, v_1^2$
قیمت ($1/2\,\rho v^2$) فشار بند را نشان می‌دهد که می‌توان آن‌را در یک نقطهٔیی که سرعت v را دارد، به وسیلهٔ توقف دادن جریان به‌دست آورد. این فشار مشخص کنندهٔ فشار بند در همهٔ نقاط دیگر بند می‌باشد. بنابر این در جریانات افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت:
در سراسر یک رشتهٔ جریان افقی، مجموعهٔ فشار p و فشار بند ($1/2\,\rho v^2$) ثابت است.با درک مفهوم فشار بند، حالا می‌توانیم که به صورت عددی حساب کنیم که در گازها متحرک تفاوت‌های فشار تا چه حدی بالامی‌روند.

مثال:

کثافت هوا عبارت از: $\rho = 0{,}125\, kg/m3$ بوده و در سرعت‌های بلند $v = 40\, m/\sec$

$$Ps = 1/2\,\rho\, v^2 = 1/2 \cdot 0{,}125 kg/m3 \cdot 1600\, {m^2}/{s^2} = 100 kgm/{s^2}/{m^2} = 100 N/m^2$$

$$= 100 P_a = 0.001 bar$$



در صورتی‌که سرعت جریان دارای چنین قیمت بلندی باشد.تفاوت فشار صرف یک فیصد فشار نورمال هوا است. تفاوت حجم نیز، به همین تناسب خورد می‌باشد. از همین سبب است که گازها متحرک را تاحدی غیر قابل تراکم قبول می‌کنند.

مثال: یک پایپ رابری که در باغچه از آن استفاده می‌شود، دارای قطر $d_1 = 12{,}7mm$ است. در قسمت اخیر این پایپ، یک پارچهٔ وصلیه وجود دارد که قطر داخلی آن تا دهن(سوراخ نهایی) نل $d_2 = 5mm$ تنگ شده می‌رود. وقتی‌که آب در پارچهٔ وصلیه می‌رسد، فشار آن در مقابل محیط اطراف $1{,}8bar$ است. سرعت خروج آب را محاسبه کنید، (در صورتی‌که از اصطکاک صرف‌نظر شود). آب به کدام فاصلهٔ x به سطح زمین می‌رسد؟ در صورتی‌که دهن پایپ با محور افقی به ارتفاع $y = 1m$ از سطح زمین واقع شود، (کثافت آب را $1000kg/m^3$ در نظر بگیرید).

حل: بر اساس قانون برنولی و قانون متمادیت، که بر نقاط آغاز و انجام پایپ(جت) تطبیق می‌شود، داریم که:

$$p_1 + 1/2\,\rho v_1^2 = p_2 + 1/2\,\rho v_2^2$$ یا

$$\Rightarrow 1/2\,\rho\,(v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2/\rho\,(p_1 - p_2)$$

از جانب دیگر از معادله متمادیت داریم:

$$v_2 A_2 = v_1 A_1$$

$$v_1 = \frac{v_2 A_2}{A_1} = v_2\left(\frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2}\right)$$

$$v_1 = v_2\left[\frac{d_2/2}{d_1/2}\right]^2 = v_2\left(\frac{d_2}{2}\cdot\frac{2}{d_1}\right)^2$$

$$v_1 = v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

هر دو طرف را مربع ساخته داریم: $V_1^2 = V_2^2(d_2/d_1)^4$

اگر قیمت v_1^2 را که در فوق دریافته ایم در معادلهٔ اخیر به جایش تعویض کنیم، داریم که:

$$V_2^2\left[1 - (d_2/d_1)^4\right] = 2/\rho\,(p_1 - p_2)$$

$$d_2/d_1 = 5mm/12{,}7mm = 0{,}394 \quad , \qquad 2/\rho = 2m^3/1000kg = 0{,}002\,m^3/kg$$

$$p_1 - p_2 = 1{,}8bar = 1{,}8\cdot 10^5\,N/m^2$$

با جابه‌جایی این قیمت‌ها در معادلات فوق قیمت v_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 = (0{,}002\,m^3/kg\cdot 1{,}8\cdot 10^5\,N/m^2)/(1 - 0{,}394^4) = (360m^2/s^2)/0{,}976 = 368{,}852\,m^2/s^2$$

$$v_2 = 19{,}205\,m/s$$

از پرتاب افقی می‌دانیم که:

$$X = v_2\cdot t \qquad\qquad y = -\tfrac{1}{2}g\cdot t^2 = -1m \Rightarrow t^2 = 2/s \Rightarrow t = \sqrt{2/g}$$

$$t = \sqrt{2m/9{,}81\,m/s^2} = 0{,}45s \Rightarrow \quad x = 19.205m/s \times 0.45s = 8{,}64m$$



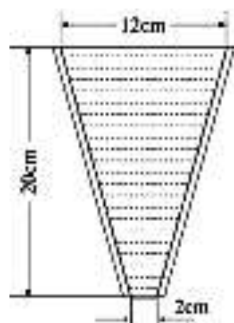


سؤال‌ها

1 - تفاوت فشار را دریافت کنید، در صورتی‌که مساحت مقطع بین دو انجام یک نل از $15cm^2$ به $5cm^2$ تنقیص یابد، و در هر ثانیه 1.8liter بنزین با کثافت $0{,}7\,kg/dm^3$ از آن عبور کند.

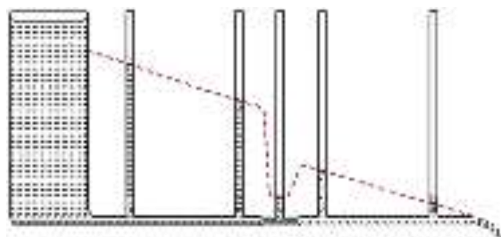
2 - قطـر یک ظـرف قیف مانند به ارتفاع 20cm از قیمت بالایی $d_1 = 12cm$ به قیمت پایینی $d_2 = 2cm$ کم می‌شود. چه مقدار تفاوت فشار بین مقاطع بالایی و پایینی به وجود می‌اید؟ اگر:

- ظرف به طور کامل با آب ساکن پر باشد.
- در هر ثانیه 0,3 لیتر آب از ظرف عبور کند.



8-4: تطبیقات قانون برنولی

در درس کنونی چند مورد استعمال قانون برنولی را مطالعه می‌کنیم، که اولین آن "به وجود آمدن تأثیر چوشش" است.

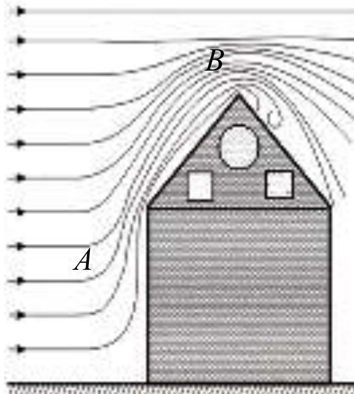

شکل (5-8)

از آخرین افادۀ که برای قانون برنولی داده شد، چنین نتیجه‌گیری گردید که در همه حالاتی‌که فشار بلند وجود دارد، سرعت جریان دارای قیمت پایین است و بر عکس با موجودیت فشار پست، سرعت جریان دارای قیمت بلند می‌باشد.

بر اساس قانون متمادیت، سرعت جریان در موقعیت‌های تنگ بزرگ است. در این موقعیت‌ها بر عکس، انچه اشتباها پذیرفته شده است، یک تناقص فشار موجود است. این گفته را می‌توان در شکل (5-8) قابل دید ساخت. چنانچه اگر با یک نلی‌که دارای یک محل عبور یا معبر تنگ باشد، چندین نل باریک دیگری را به حیث فشار سنج‌های مایعات تعبیه کنیم، اندازۀ ارتفاعی که مایع در هر یک از نل‌ها بلند شده است، نمایانگر اندازهء فشاری است که در نل‌های مربوط وجود دارد. طوری‌که دیده می‌شود، در موقعیت‌هایی که نل‌ها باریک هستند، سطح مایع در نل پایین است و در نتیجه می‌توان گفت که در موقعیت‌های مذکور فشار پایین است. این واقعیت، به سؤالی که چرا در بعضی از مایعات اثر چوشش موجود است، جواب می‌دهد.

این موضوع را با یک مثال دیگر ادامه می‌دهیم:

یک طوفان باد، بر یک تعمیر می‌وزد. چنانچه در شکل (8-6) به وضاحت دیده می‌شود، وقتی‌که کتله‌های هوا در آن قسمت‌هایی از تعمیر که به سطح زمین نزدیک‌تر است می‌وزد، متوقف می‌شوند یا که سرعت شان کم می‌شود؛ یعنی در ساحات موقعیت A قیمت سرعت کم بوده؛ ولی قیمت فشار بلند است. بنابرآن کتله‌های هوا مجبور به طرف بالا حرکت نموده و از بام تعمیر عبور می‌کنند. در ساحات موقعیت B در مسیر جریان هوا یک تنقیص مقطع جریان هوا و یک تزاید سرعت جریان به وجود می‌اید که سبب کم شدن فشار می‌گردد و در نتیجه در بالای بام تعمیر یک فشار پایینی بوجود می‌اید.. به همین علت است که در صورت وزش طوفان‌های قوی؛ نه تنها که بام تعمیرها فشرده نمی‌شوند؛ بلکه به طرف بالا پرتاب می‌شوند.

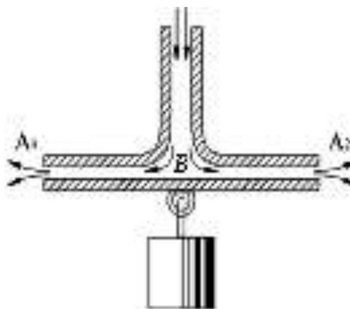


شکل (8-6)

مثال:

اثر چوشش را با ارایهٔ اثر دیگری‌که به نام پدیدهٔ "پارادوکس‌هایدرو دینامیک" یاد می‌شود، به بحث می‌گیریم که اثر چوشش را در سیال‌ها، به وضاحت قابل دید می‌سازد.

جریان هوا از یک نلّ بسیار باریک(جت)،عبور نموده واز یک فضای باریکی که در بین دو پلیتی که روی هم قرار دارند، عبور می‌کند. چنانچه در شکل زیر دیده می‌شود،چون در ساحهٔ A_1A_2 در حاشیهٔ پلیت‌ها فشار هوا وجود دارد، از همین جهت است که فشار در ساحهٔ بسیار باریک (تنگ) در حول سوراخی که هوا داخل ساحهٔ (B) می‌شود و هوا به شدت در آن جریان دارد،نسبت به فشار هوا کم‌تر است. طوری‌که دیده می‌شود، پلیت پایینی آن‌چنان‌که توقع می‌رود، توسط جریان هوا؛ نه تنها که رانده نشده؛ بلکه با یک قوه به طرف پلیت بالایی کش می‌شود که حتی یک وزنهٔ را که به آن آویزان شده است نیز با خود کش می‌کند.

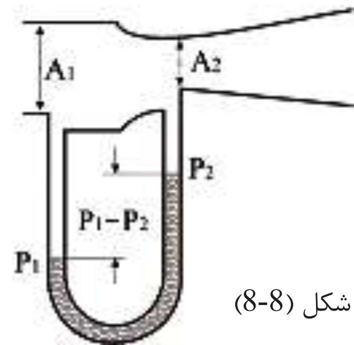


شکل (8-7)

8-5: تیوپ وینتوری - اندازه‌گیری سرعت جریان

قانون برنولی، این امکان را به وجود می‌آورد که می‌توان سرعت حرکت مایعات و گازها متحرک را اندازه‌گیری نمود. برای این منظور در اثنای جریان مایعات از بین نل‌ها، به طور عمده از تیوپ وینتوری استفاده می‌شود.

طوری‌که در شکل زیر دیده می‌شود، این تیوپ از نل باریک(جت) ساخته شده است که در آن، تفاوت فشاربین حصص بسیار عریض و حصص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند. بر اساس قانون برنولی، در تیوپ وینتوری این رابطه صدق می‌کند: $p_1 + 1/2\,\rho\, v_1^2 = p_2 + 1/2\,\rho\, v_2^2$



شکل (8-8)

هم‌چنان بر اساس معادلهٔ متمادیت داریم که:

$$v_2 = v_1 \cdot A_1 / A_2$$

هر گاه نسبت سطوح (A_1/A_2) را با q نشان دهیم داریم که: $v_2 = q \cdot v_1$ و با تعویض این افاده در معادلهٔ برنولی معادلهٔ ذیل به‌دست می‌آید:

$$p_1 - p_2 = 1/2\,\rho\, v_2^2 - 1/2\,\rho\, v_1^2 = \frac{1}{2}\rho\,(v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\,\left\{(v_1\, A_1/A_2)^2 - v_1^2\right\}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\,\left\{(v_1^2 q^2) - v_1^2\right\}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\,\left\{v_1^2 (q^2 - 1)\right\}$$

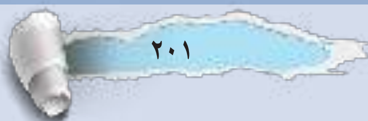
$$= \frac{\rho\, v_1^2}{2}(q^2 - 1) = P_1 - P_2$$

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho\,(q^2 - 1)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho\,(q^2 - 1)}}$$

با این قیمت v_1، می‌توان هم‌چنان، حجم جریان V و یا مقدار مایع عبور یافته در یک ثانیه را طور زیر محاسبه کرد: $V = A_1 \cdot v_1$ در یک ثانیه

$V = A_1 v_1$ (حجم مایعی که در یک ثانیه از مقطع A_1 با سرعت v_1 می‌گذرد)



اتومایزر (عطرپاش)

در مباحث قبلی به روابط بین فشار و سرعت در سیال‌ها آشنا شدید، و هم‌چنان تفاوت فشار بین دو قسمت جریان یک سیال را در شرایط و حالات طبیعی آموختید. ممکن است آسان‌ترین طریقهٔ نمایش ارتباط سرعت و فشار، پف کردن (دمیدن) به استقامت بالایی یک تریشهٔ کاغذ باشد. اگر شما کاغذ را مطابق شکل (9-8) محکم گرفته و بعد به قسمت سطح بالایی آن پف کنید، کاغذ از حالت آویزان شدهٔ اولی به طرف بالا بلند می‌شود، که دلیل آن عبارت از اختلاف سرعت هوا بین قسمت‌های بالایی و تحتانی تریشهٔ کاغذ می‌باشد.

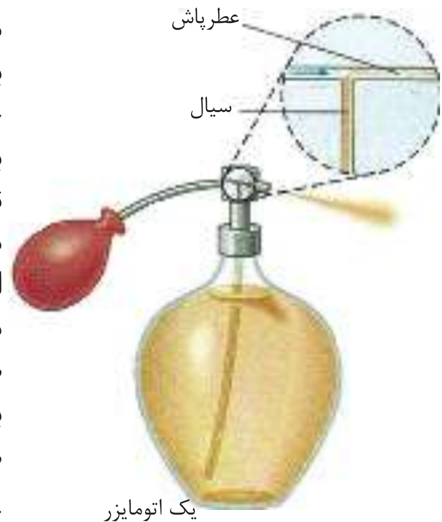
در نتیجه همین قوهٔ محصلهٔ بلند کننده مانند لفت عمل نموده و تریشهٔ کاغذ تا سطح افق بلند می‌شود. تأثیرات مشابهی در یک اتومایزر عطر (عطرپاش)، زمانی‌که عطر را به لباس شما می‌پاشاند به مشاهده می‌رسد. وقتی که پوقانهٔ مخزن مطابق شکل (10-8) یک تند باد هوا را پرتاب می‌کند، این باد تند هوا از طریق سوراخ مدخل باریکی که سبب افزایش سرعت هوا می‌گردد، عبور می‌کند.



شکل (9-8) اثر قانون برنولی بالای یک صفحهٔ کاغذ

در نتیجه فشار تقلیل می‌یابد و عطر با فشار متفاوت با سیلان هوا به بالا رانده می‌شود؛ به عبارهٔ دیگر چون فشار هوایی که به سرعت زیاد به استقامت بالای تیوب عمودی اتومایزر عطر، وزیده شده، نسبت به فشار عادی هوایی که بالای سطح مایع داخل ظرف عمل می‌کند کم‌تر است. پس فشار اتموسفیر، عطر را به قسمت فوقانی تیوب که فشار در آن قسمت کم‌تر است تیله می‌کند.

طرزالعمل کار یک اتومایزر با استفاده از معادلهٔ برنولی توضیح شده می‌تواند. سرعت بالای ستون هوایی که توسط فشار دادن پوقانه به وجود آمده، یک فشار پایین را در قسمت بالایی تیوب عمودی به وجود می‌آورد. این عمل سبب می‌شود که مایع از تیوب بیرون رانده شود و با ستون هوا مانند یک شاور نازک به خارج پاشیده شود.

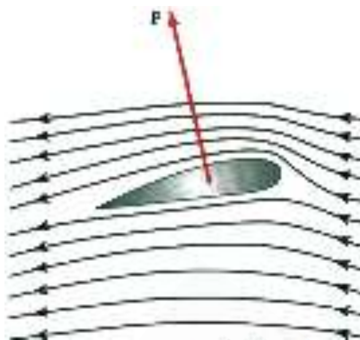


شکل (10-8)

8-6: بال‌های طیاره و قوهٔ محرکهٔ بلند کننده (*Dynamic Lift*)

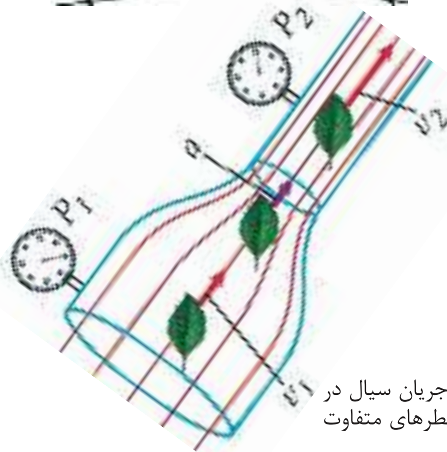
در بال‌های طیاره‌ها یک قوهٔ بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود آن‌ها را در هوا بلند نگهدارد، و این در صورتی واقع می‌شود که طیاره نسبت به هوا به‌اندازهٔ کافی با سرعت بلند حرکت کند، چنانچه در شکل (11-8) سیل قوی جریان هوا نشان داده شده که به بال طیاره بر خورد نموده و توسط آن به شدت دفع می‌شود. (راکبین طیاره در نظام عطالتی طیاره قرار داشته و مثل این است که روی بال طیاره نشسته‌اند). علت میلان نمودن بال به طرف بالا همانا گول بودن سطح بالایی آن است که سبب می‌شود تا سیل جریان هوای تحت بال طیاره توسط یک قوه به طرف بالا فشرده شود و هوای قسمت بالایی بال متراکم شده و ساحهٔ فشار کم‌تر به وجود آید.

مساحت جریان هوا بین خطوط دو سیلان در هر قسمت با نزدیک شدن خطوط به هم‌دیگر تقلیل می‌یابد. بنابرآن از معادلهٔ متمادیت ($A_1V_1 = A_2V_2$)، سرعت هوا در قسمت فوقانی بال که در آن‌جا خطوط سیلان به هم‌دیگر نزدیک می‌شوند افزایش می‌یابد.



شکل (11-8) حین بلند رفتن بال طیاره ما در نظام عطالتی بال قرار داریم و جریان هوا را در آن نظاره می‌کنیم.

هم‌چنان از قبل به خاطر دارید که به اثر تراکم خطوط سیلان در مقطع باریک پایپ، سرعت هوا در محل فشرده شده، بیش‌تر بود، که در شکل (12-8) به وضاحت دیده می‌شود. به سبب این که سرعت هوا در قسمت بالایی بال نسبت به قسمت تحتانی آن بیش‌تر است، بنابرآن فشار در قسمت فوقانی بال نسبت به قسمت پایینی آن کم‌تر است(قانون برنولی).



شکل (12-8) جریان سیال در نلی که دارای قطرهای متفاوت است.

بنابر دلیل فوق، یک قوهٔ محصله به سمت بالا روی بال طیاره عمل می‌کند که به نام قوهٔ محصلهٔ بلند کننده (Dynamic Lift) یاد می‌شود.

تجارب نشان می‌دهد که سرعت هوای قسمت فوقانی بال حتی دو چند سرعت هوای تحتانی بال هم شده می‌تواند. (اصطحکاک بین هوا و بال نیز یک قوهٔ کشش به عقب تولید می‌کند که باید قوهٔ انجن‌های طیاره بر آن غالب گردد).

یک بال هموار و یا یک بال با مقطع متناظر تا وقتی که قسمت جلویی آن به طرف بالا انحنا دارد (دارای زاویۀ انحنای صعودی می‌باشد)، به عمل بالا رفتنش ادامه می‌دهد. شکل (11-8) بال را، حتی زمانی که زاویۀ انحنانی صعودی مساوی به صفر هم باشد نیز در حالت بالا رفتن نشان می‌دهد؛ زیرا سطح گول شدۀ بالایی، هوا را به طرف بالا رانده مسیر آن را انحنا می دهد و سبب تراکم خطوط سیلان با هم‌دیگر می گردد.
اگر زاویۀ انحنانی صعودی به حد کافی برسد که بتواند خطوط سیلان را به سمت بالا بفشارد تا با هم خیلی نزدیک شوند، در آن صورت طیاره ملاق می‌زند. اگر زاویۀ انحنانی صعودی در حدود 15^oباشد، طوفان چرخش (Turbulence) واقع می‌شود.
چنانچه در شکل(11-8) کش بیش‌تر به عقب و صعود کم‌تر بال رخ داده، سبب آن می‌شود که بال از حرکت باز مانده و طیاره سقوط کند. به تحلیل دیگر، انحنای بال به طرف بالا این معنی را می دهد که هوایی که به طور افقی در مقابل بال در حرکت است به طرف پایین فشرده شده و سبب تغییر در مومنتم مالیکول‌های هوا که به سمت عقب می‌چرخند گردیده و منتج به تولید قوۀ صعودی در بال می‌شود (قانون سوم نیوتن).

8-7: لزو جیت

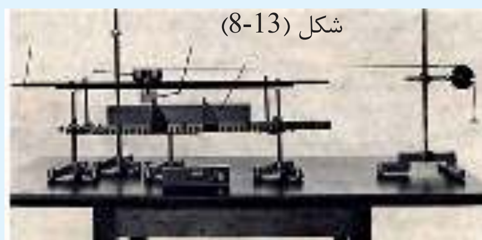
مفهوم لزوجیت، قوه‌های اصطکاک داخلی (پیدایش و محاسبه):

ما در درس‌های گذشته گفتیم که مایع خیالی (ایده آل) مایعی را گویند که قابلیت تراکم نداشته وفاقد اصطکاک باشد. هم‌چنان اضافه کردیم که مایع خیالی در واقیعت وجود ندارد، زیرا همه سیال‌ها اعم از گازها ویا مایعات که واقعاً وجود دارند دارای اصطکا ک هستند و هم تا حدی قابلیت تراکم را می‌داشته باشند. یعنی در واقع مایع خیالی یک افادۀ مجرد است. وقتی‌که از اصطکاک در مایعات سخن زده می‌شود، منظور همان اصطکاک داخلی آن‌ها است. این اصطکاک داخلی را به یک نام دیگر هم یاد می‌کنند، که عبارت از لزوجیت (چسپنده‌گی) در مایع ویا در گاز است. هر مایع و گاز حقیقی دارای یک اندازه لزوجیت داخلی می‌باشد و در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت گردیده است، آهسته آهسته قطع می‌گردد.
اصطکاک داخلی نه تنها در اثر تماس سطوح مایع با نل‌ها و ظروف مانند بیرل‌ها وغیره ویا تماس آن‌ها با اشیایی که در داخل مایع در حالت حرکت استند به وجود می‌آید؛ بلکه در داخل خود مایع، وقتی‌که قشرهایی از مایع که دارای سرعت‌های متفاوت جریان هستند و بر روی هم‌دیگر می‌لغزند ،نیز بوجود می‌آید.به همین علت است که بر عکس اجسام جامد که اصطکاک خارجی دارند، این اصطکاک را اصطکاک داخلی می‌گویند. موجودیت اصطکاک داخلی در مایعات را حتی با دست خویش، وقتی احساس می‌کنیم که یک جسم را با دست در بین مایع در حرکت بیاوریم. ما در این حالت یک مقاومت را حس می‌کنیم. که به علت اصطکاک داخلی در مایع بروز می‌کند.



تجربه:

با این تجربه، ارتباط اصطکاک داخلی را با بزرگی سطح تماس جسم با مایع، با خاصیت‌های مایعی که جریان دارد و باسرعت حرکت مایع، می‌توان تحت مطالعه گرفت.


شکل (13-8)

در شکل دیده می‌شود که، یک عراده گگ تجربی را که با آن یک پلیت بسته شده است، در نظر می‌گیریم. این عراده توسط یک وزنه به روی یک خط آهن کش می‌شود. در زیر این خط آهن،یک ظرف کم عرض (تپ) که با تیل مملو شده است قرار دارد،

این ظرف مملو از تیل، تا حدی بطرف بالا کش شده می‌تواند که پلیت به گونه‌یی یا به‌طور کلّی در آن غرق می‌گردد. ساختمان تپ طوری است که یک نیمهٔ آن 12mm و نیمهٔ دیگر آن 6mm عرض دارد. در حرکت یک‌نواخت، قوهٔ کششی که توسط وزنهٔ آویزان شده به وجود می‌آید، دارای عین قیمت قوهٔ اصطکاکی است که توسط پلیت به وجود آمده است. اگر وزنه زیاد شود، سرعت زیاد می‌شود و وقتی که پلیت به مایع عمیق‌تر فرو می‌رود سرعت کم می‌شود وهم سرعت زمانی کم می‌شود که پلیت از حصهٔ عریض تر به حصهٔ باریک‌تر تپ (ظرف) برسد.

تجربهٔ بالا، آن تئوری را تایید می‌کند، که به موجب آن ارتباط قوهٔ اصطکاک داخلی با کمیت‌های ذیل اشکار می‌گردد:

1 - ضریب لزوجیت مایع(η).

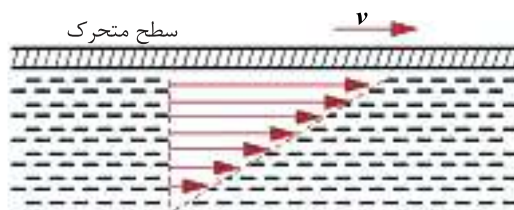
2 - بزرگی سطح تماس جسم با مایع.

3 - نسبت $\Delta v/\Delta d$، که این نسبت از تناقص سرعت Δv و اندازهٔ ضخامت Δd به‌دست می‌آید.

Δd ضخامت سطحی است که همزمان حرکت می‌کند و مربوط به یک قشر مجاوری از مایع است که درپی آن کم شدن سرعت به وقوع می‌پیوند. آن تعداد ذرات مایع که به طور مستقیم، در جوار سطح قرار دارند، بر اثر دیفوزن (انتشار خودبه‌خودی ذرات اجسام) به سطح می‌چسپند و سرعت خودرا می‌گیرند و از قشر بعدی یک کمی‌عقب می‌ماند. در سطوح تماسی که هموار استند، سرعت ذرات مایع به‌اندازهٔ ضخامت مشخص d از قیمت کامل v منظماً تا قیمت صفر کم شده می‌رود که در نتیجه، نسبت $\Delta v/\Delta d$ با کسر v/d تعویض می‌شود و از این‌جا می‌توانیم فارمول قوهٔ اصطکاک داخلی را طور ذیل بنویسیم:

$$R_i = \eta \ A\Delta v/\Delta d \quad \text{یا} \Rightarrow R_i = \eta \cdot A \cdot v/d$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{R_i d}{A \cdot v}$$



شکل (14-8)، تنقیص سرعت خطی سطح متحرک را در مایع نشان می‌دهد.

در فارمول یاد شده، η که به نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود، برای هر ماده مشخص است و یک ثابت مهم است. این ثابت در مایعاتی که به آسانی جریان می‌کنند مانند: (ایتر، بنزین و هم در آب) دارای قیمت کوچک و در مایعاتی که جریان آسان (سهل) ندارند مانند: (گلیسیرین، گریس و قیر) قیمت بزرگ دارد. این ضریب در عین زمان، یک مقیاس اندازه‌گیری برای پیمایش کوهیژیونی است که در بین هریک از مالیکیول‌های مایعات وجود دارد.

لزوجیت با بلند رفتن درجهء حرارت، به شدت تناقص می‌یابد و واحد اندازه‌گیری آن در سیستیم بین المللی واحدها عبارت است از:

$$[\eta]=[R_i d/Av]=Nm/m^2\cdot m/s=Ns/m^2=kg\,m/s^2\cdot s/m^2=kg/ms$$

جدول زیر ضریب لزوجیت بعضی از مواد را در سیستم واحدات (SI) به واحد $(\frac{kg}{m\cdot s})$ نشان می‌دهد:

آب در حرارت $o^\circ c$	0.00179	هوا در حرارت $20^\circ c$	0.000017	گریس در حرارت $20^\circ c$	1.2...0.1
آب در حرارت $20^\circ c$	0.00101	هوا در حرارت $0^\circ c$	0.000018	گریس در حرارت $80^\circ c$	0.25...0.02
آب در حرارت $50^\circ c$	0.00055	الکول در حرارت $o^\circ c$	0.0018	قیر در حرارت $20^\circ c$	تقریباً 100
آب در حرارت $100^\circ c$	0.00029	الکول در حرارت $o^\circ c$	0.0012		
ایتر در حرارت $20^\circ c$	0.00024	گلیسیرین در حرارت $20^\circ c$	1.50		

فارمول‌هایی که برای محاسبهء اصطکاک داخلی و اصطکاک خارجی استفاده می‌شوند، قرار ذیل از هم متفاوت هستند.

اصطکاک داخلی $=R_i=\eta\,A\cdot v/d$ و اصطکاک خارجی $=R_o=\mu\cdot F_N$

اصطکاک خارجی با زیادشدن قوهٔ نورمال زیاد می‌شود، که بر اصطکاک داخلی هیچ تأثیری ندارد. برعکس اصطکاک داخلی با کلان شدن مساحت سطح و سرعت زیاد می‌شود، در حالی‌که اصطکاک خارجی با این دو هیچ نوع ارتباط ندارد.

اندازه‌گیری ضریب لزوجیت

برای اندازه‌گیری ضریب لزوجیت یک مایع، بیشتر از یک آله‌یی که به نام (ویسکوزیمتر هوپپل Hoeppl- Viskosimeter)) یاد می‌شود و در شکل نشان داده شده است، استفاده می‌کنند. زیرا کار کردن با این آله ویا با سایر آلات مشابه که بر اساس عین پرنسیپ‌ها کار می‌کنند، ساده‌گی و دقت لازمی‌را در اندازه‌گیری تأمین می‌کند.



طوری‌که در شکل دیده می‌شود، در یک نلی که یک خمیده گی ضعیف دارد یک کره به طرف پایین سقوط می‌کند. برای ثابت نگه داشتن درجهٔ حرارت، این دستگاه در یک ظرف پر از آب جابه‌جا شده است که درجهٔ حرارت آن به وسیلهٔ یک ترموستات با قیمت ثابت بازرسی می‌گردد.

از محاسبه زمان سقوط، می‌توان لزوجیت را به‌دست آورد. با استفاده از کره‌هایی که قطرهای مختلف دارند، با همین آله، لزوجیت گازها و موادی را به‌دست می‌آورند که دارای لزوجیت بسیار بلند استند.

شکل (15-8)

مثال

ضریب لزوجیت گریس را محاسبه کنید، در حالی‌که کثافت آن $\rho_1 = (0.9\, g/cm^3)$ و یک کرهٔ المونیمی با کثافت ($\rho_2 = 2.8\, g/cm^3$) وقطر 3mm، از ارتفاع $h = 24cm$ را در مدت 18 ثانیه به داخل آن سقوط نماید.

حل

کرهٔ در داخل گریس، پس از پیمودن یک فاصلهء کوتاه، حرکت یکنواحت را به خود می‌گیرد. می‌دانیم که، مقاومت داخلی عبارت است از حاصل تفریق وزن W و مقدار قوهٔ صعودی (bouncy).

$$\rho_1 V g = \rho_1 A h g$$

یعنی: $R_i = 6\cdot\pi\cdot r\eta v = 6\cdot\pi\cdot r\eta h/t$, $F_b = \rho_2 \pi \frac{d}{2}\cdot h\cdot g$, $W = mg = \rho_1 \pi \frac{d}{2}\cdot h\cdot g$

هم‌چنان داریم که: $E_i = W - F_b$

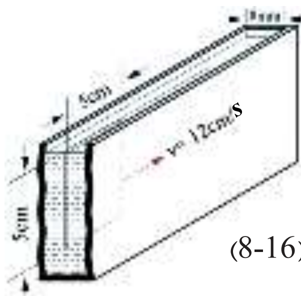
$$\eta = \frac{R_i\cdot t}{6\pi\, r\cdot h} = \frac{(w-F_b)\cdot t}{6\pi\cdot d/2\cdot h} = \frac{(\rho_1\cdot\pi\cdot d/2\cdot h\cdot g - \rho_2\cdot\pi\cdot d/2\cdot h\cdot g)\cdot t}{6\pi\cdot d/2\cdot h}$$

بعد از وضع قیمت‌ها: $\eta = 7 g/cm\, s$



سؤال‌ها

1 - در یک تپ که با تیل پر شده است، یک پلیت نازک که 8 ملی‌متر عرض و 5.5 سانتی متر مربع مساحت دارد با یک قوۀ 0.1 نیوتن در جهت طول کشانیده می‌شود. مقدار لزوجیت را محاسبه کنید، در صورتی که، سرعتی که ایجاد می‌شود قیمت 12cm/s را داشته باشد.



شکل (8-16)

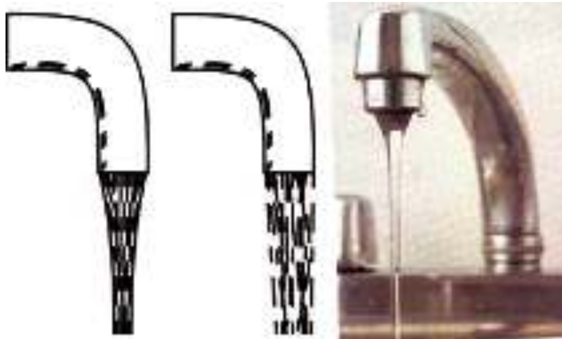
2 - در برک یک موتر که در آن $20cm^3$ گلیسیرین به‌کار رفته است و ضریب لزوجیت آن $\eta = 1.5\,Kg/ms$ است به وسیلۀ یک نل با طول $12.5cm$ و قطر 2.5mm زیر یک تفاوت فشار متوسط $18.10^6\,bar$ پرس (فشرده) می‌شود. مدت زمانی‌که برای این عملیه به‌کار است، محاسبه شود.

8-8: پدیدۀ جریان توفانی

چگونه‌گی وقوع یک جریان در سرعت‌های مختلف

اصطکاک داخلی،وقتی به وجود می‌آید که قشرهایی از مایع که باسرعت‌های مختلف درجریان هستند، از جوار هم‌دیگر عبور کنند.
این حادثه، قبل از همه در قشرهای هم سرحد بین مایعات و اجسام جامد ظاهر می‌شود. برای غلبه بر این اصطکاک داخلی یا برای برطرف کردن اثرات آن، یک بخش از انرژی که در جریان مایع وجود دارد، به مصرف می‌رسد.

در سرعت‌های کوچک، اصطکاک داخلی هم کوچک است. بناءً تغییر فشار و ضیاع انرژی که ناشی از کوچک بودن سرعت است، نیز به حدّی کوچک است که آن قشرهایی از مایع که از جوار هم می‌گذرند، پاره پاره نمی‌شوند، بلکه از پهلوی هم طور صاف عبور می‌کنند و جریان را لامینار (laminar) می‌گویند.


شکل (8-17)
جریان‌های لامینار و توربلینت از شیردهن

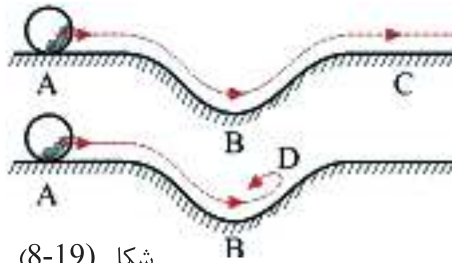
اما در حالت سرعت‌های بزرگ که اصطکاک قوی تر است، تصویر جریان به صورت قابل ملاحظه خودرا تغییر می‌دهد. در این صورت چرخش آبی (گرداب) بوجود می‌آید، و جریان تولید شده، توربولینت (turbulent) نامیده می‌شود.


شکل (8-18)

اکر شیر دهن آب را کمی‌باز کنیم، آب به آرامی‌ونرمش از شیر دهن خارج می‌شود و اگر شیر دهن را بازهم باز تر کنیم، جریان آب پس از رسیدن به یک سرعت معین شروع به نا آرامی‌می کند و چرخش آبی را تولید می کند.
در شکل (8-18) هم این پدیده را به خوبی در آله‌یی که به نام" آلهٔ روهای جریان" یاد می‌شود، دیده می‌توانید.
طرز کار این آله طوری است که: آب بی رنگ شفاف و آب سرخ رنگ، از دو ظرف در یک فضای که در بین دو پلیت شیشه‌یی قرار دارد از طرف بالا از طریق یک تعداد سوراخ‌های باریکی که تعبیه شده‌اند، جریان می‌یابد. جریان آب از سوراخ‌ها طوری صورت می‌گیرد که آب صاف وشفاف از سوراخ‌های اول و سوم و آب سرخ رنگ از سوراخ‌های دوم و چهارم عبور می کنند.

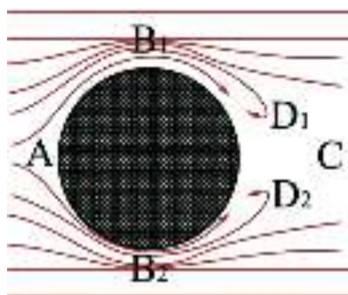
سرعت خروجی جریان هر دو مایع رابا یک قیدی که در پایپ‌ها به‌کار برده می‌شود، می‌توان تنظیم کرد. اگر در ظرف، مانع وجود نداشته باشد،رشته‌های جریان مانند خطوط موازی، سر خ رنگ به نظر می‌آیند. و اگر مانعی هم وجود داشته باشد، اختلاط دو رنگ باز هم به نظر نمی‌رسد. آن‌چه به نظر می‌رسد عبارت از یک عبور متجانس رشته‌های جریان است که در دو طرف صورت گرفته است. اگر قید را باز کنیم، یعنی سرعت جریان مایع را بلند ببریم، دیده می‌شود که با رسیدن سرعت به یک قیمت معین، به زودی گرد آب یا چرخ آبی ظاهر می‌شود و هر دو رنگ به‌طور کلی با هم مخلوط می‌شوند.

پیدایش گرد آب



شکل (8-19)

پیدایش گرد آب را می‌توانیم بسیار به آسانی، با مقایسه به یک عملیهٔ میخانیکی، قابل فهم بسازیم. اگر یک کره در داخل یک بلول در مسیر جریان قرار گیرد، این کره دراثنای لول خوردن،انرژی پوتانسیلی خودرا از دست داده و هم‌زمان با آن در سرعتش افزونی به عمل می‌آید. به شکل توجه کنید.
هنگامی‌که کره، منحنی را رو به بالا می‌پیماید، از سرعتش کاسته می‌شود. قیمت این سرعت، اگر از اصطکاک صرف‌نظر شود در نقطهٔ C عین همان قیمت را دارد که در شروع در نقطهٔ A داشت. اگر قیمت اصطکاک کم هم باشد، کره یک اندازه رو به بالا می‌رود، ولی قیمت سرعت در نقطهٔ C نسبت به قیمت سرعت در نقطهٔ A کم‌تر است.



شکل (20-8)

اگر انرژی، به علت اصطکاک بیشتر ضایع شود، انرژی حرکی‌یی که باید که در نقطهٔ B موجود باشد تا کره را بالا برده و آن‌را به نقطهٔ C برساند، کفایت نکرده و کره تا یک نقطه‌یی مانند D رسیده و سرعت آن در آن نقطه مساوی به صفر می‌شود و ناگزیر برگشت می‌کند. عین مناسبت‌ها در حالتی وجود دارد که، هرگاه یک مایع، به یک مانع برخورد کند. مثلاً اگر یک مایع به یک استوانه برخورد نموده و سطح خارجی آن‌را عبور کند. شکل (20-8)

دیده می‌شود که در ساحات B_1 و B_2 که ساحات محدود و تنگ استند، نظر به معادلهٔ متمادیت، قیمت سرعت تزاید نموده و قیمت فشار کم می‌شود. اگر اصطکاک موجود نباشد، قیمت سرعت‌ها و فشار در نقطهٔ C بار دیگر به همان اندازه خواهد بود که در نقطهٔ A بوده است. در اصطکاک‌های کم اولاً تغییرات غیر مهمی‌به وقوع می‌رسد. مگر وقتی که قیمت سرعت زیاد باشد، اصطکاک داخلی بلند رفته و بالاخره حالتی رخ می‌دهد که ذرات مایع در ساحا ت B_1 وB_1 دیگر آن انرژی حرکی کافی را ندارد، تا به مقابل فشار بلند در ساحهٔ C به حرکت ادامه دهند؛ بلکه سرعت آن‌ها کم می‌شود و بالآخره در ساحاتی مانند D_1 و D_2 به صفر تقرب می‌کند و در نتیجه، ذرات مایع برگشت نموده و ناگزیر به عقب جریان پیدا می‌کنند. در هنگام برگشت به دوران می‌پردازند و گرد آبی را تشکیل می‌دهند. یعنی مایعی که پیش از یک مایع لامینار بود، اینک به یک مایع توربولینت تبدیل شده است. گرد آب‌هایی که پشت سرهم به‌طور پی‌درپی از هر دو طرف به وجود می‌آیند، در عقب مانع، یک راه گرد آبی را تشکیل می‌دهند.



خلاصهٔ فصل هشتم

• وقتی‌که سرعت حرکت گاز از سرعت صوت کم‌تر باشد، اثر تغییرات فشار بر حجم گازات متحرک به آن حد کم است که می‌توان از آن صرف نظر کرد.

• یک سیال (مایع - گاز) را وقتی خیالی (ایده آل) می‌توان گفت که قابلیت تراکم نداشته و فاقد اصطکاک باشد.

• معادلهٔ متمادیت بیان می‌دارد که، در یک نلی که دارای مقطع‌های متغییر است، سرعت جریان مایع معکوساً به مقطع نل متناسب می‌باشد. یعنی در مقطع بزرگ، سرعت جریان کم و در مقطع کوچک، سرعت جریان زیاد است.

• رابطهٔ $(\rho v_1^2/2)+P_1=(\rho v_2^2/2)+P_2$ عبارت از رابطهٔ سادهٔ برنولی بوده و بیان می‌دارد که فشار در آن نقاط که در آن‌جا سرعت بیشتر باشد کم‌تر است.

• رابطهٔ $\rho v^2/2+\rho gh+P=ct$ هم، شکل دیگری از معادلهٔ برنولی است که برای یک مایع خیالی به‌دست آمده و برای مایعات حقیقی که اصطکاک داخلی شان زیاد نیست هم قابلیت تطبیق را دارد.

• در جریان‌های افقی، قانون برنولی را می‌توان چنین بیان داشت، که در سراسر یک رشتهٔ جریان افقی، مجموعهٔ فشار P و فشار بند ($\frac{1}{2}\rho V^2$) ثابت است.

• تیوپ و ینتوری از یک نل باریک (جت) ساخته شده است که در آن تفاوت فشار بین حصص بسیار عریض و حصص بسیار کم عرض (باریک، تنگ)، توسط یک فشار سنج (مانومتر مایع) اندازه‌گیری شده می‌تواند، و براساس قانون برنولی رابطهٔ ($p_1+1/2\,\rho V_1^2=p_2+1/2\,\rho V_2^2$) در تیوپ و ینتوری صدق می‌کند.

• در بال‌های طیاره یک قوهٔ بلند کننده عمل می‌کند که سبب می‌شود (در صورتی که به‌اندازهٔ کافی نسبت به هوا با سرعت بلند حرکت کند) آن را در هوا بلند نگه‌دارد.

• لزوجیت ویا چسپنده‌گی مایعات عبارت از همان اصطکاک داخلی آن‌ها است و لزوجیت در حالتی تبارز می‌کند که در مایع و یا گاز حرکت ایجاد شود و پس از قطع تأثیر علتی که باعث بروز آن حرکت شده، آهسته آهسته قطع می‌گردد.

• فورمول اصطکاک داخلی $(R_i=\eta\cdot A\cdot v/d)$ بوده، η در آن به‌نام ضریب لزوجیت یاد می‌شود که یک ثابت مهم بوده و برای هر ماده مشخص است.

• از آلهٔ ویسکوزیمتر هوپیل برای اندازه‌گیری ضریب لزوجیت یک مایع استفاده می‌کنند.

• اگر یک کره در داخل یک بلول در مسیر جریان قرار گیرد، این کره در اثنای لول خوردن، انرژی پوتانسیلی خود را از دست داده و به سرعتش افزوده می‌شود. با بلند رفتن سرعت، اصطکاک داخلی بلند می‌رود و بالآخره حالتی رخ می‌دهد که ذرات مایع انرژی حرکی کافی را از دست داده و دیگر به مقابل فشار بلند به حرکت شان ادامه داده نمی‌توانند و سرعت آن‌ها به صفر تقرب می‌کند که درنتیجه ذرات برگشت نموده و به عقب جریان پیدامی‌کنند، و حین برگشت به دوران می‌پردازند و گردابی را تشکیل می‌دهند که می‌گویند دیگر مایع مذکور به یک مایع توربولینت تبدیل شده است.

سؤال‌های فصل هشتم

1 - یک سیال (مایع - گاز) را تعریف کنید.

2 - معادلهٔ متمادیت یا پیوسته‌گی چی چیز را بیان می‌دارد؟

3 - رابطهٔ $A_1V_1 = A_2V_2$ برای هر یک از مقطع‌های ....، .... و .... قابل تطبیق است.

4 - اگر مایعات و گازها با سرعت‌های کم‌تر از سرعت صوت حرکت نمایند، .... گفته می‌شوند.

5 - معادلهٔ عمومی‌برنولی برای یک مایع خیالی عبارت از................ می‌باشد.

6 - فشار $P_s = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho V^2$ به‌نام فشار .... یاد می‌شود.

7 - براساس قانون .... در تیوب وینتوری رابطهٔ .... صدق می‌کند.

8 - واحد اندازه‌گیری لزوجیت در سیستم بین المللی واحدات را از رابطهٔ $[\eta] = [R_i d / A_V]$ حاصل نمایید.

9 - آیا مقدار زیاد فشار همیشه توسط قوهٔ بزرگ به وجود می‌آید؟ جواب خود را توضیح دهید.

10 - وقتی از طریق یک نیچه آب می‌نوشید، با تخلیهٔ هوا فشار را در دهن خود تقلیل می‌دهید و مایع به حرکت می‌آید و به دهن شما داخل می‌شود. آیا می‌توانید به این منظور در مهتاب هم از نیچه برای نوشیدن آب استفاده کنید؟ چرا؟ توضیح دهید.

11 - کدام یک از معادلات ذیل رابطه بین سرعت آب در نقطهٔ A (V_A) و سرعت آب در نقطهٔ B (V_B) را توضیح می‌دهد؟

الف) $d_A V_A = d_B V_B$ ب) $d_A{}^2 V_A = d_B{}^2 V_B$ ج) $d_A d_B = V_A V_B$ د) $1/2\, d_A V_A{}^2 = 1/2\, d_B V_B{}^2$

12 - اگر مساحت مقطع نل در نقطهٔ A، $2{,}5cm^2$ و مساحت مقطع در نقطهٔ B، $5cm^2$ باشد، جریان آب در نقطهٔ A چند مرتبه سریع‌تر نسبت به نقطهٔ B است؟

13 - در یک نل افقی آب به سرعت $(1\frac{m}{s})$ جریان دارد. هرگاه شعاع این نل به‌اندازهٔ $(\frac{1}{4})$ آن کوچک گردد سرعت جریان آب‌را در قسمت باریک نل به‌دست می‌آورید.

14 - قطر سوراخ شیردهن یک نل 2cm بوده و در هر ثانیه مقدار $2{,}5\times10^{-2}m^3$ آب از آن خارج می‌شود. سرعتی را که در آن آب از نل خارج می‌شود دریابید.

منابعی که از آن استفاده شده:

1. PHYSICS (PRINCIPLES WITH APPLICATIONS), by Douglas C. Gain coli, Published by Pearson Education Inc, 2005.

2. PHYSICS by James S. Walker, Pearson Education Inc. USA, New Jersey, 2004.

3. PHYSICS by R.A. Serwey and J.S. Faughn, 2006 by Holt, Rinehart and Winston.

4. PHYSICS, A Text book, published by Surat Publishing Company, printed in TURKEY, 1996.

5. Fundamentals of Physics, published by University of the Philippines, College of Education, Manila, 1976.

6. الفیزیاء (للمرحلة الثانویة / الفرع العلمی)، و زارة التربیة و التعلیم، ادارة المناهج والکتب المدرسیة، الکتاب فی مدارس المملکة الاردنیة الهاشمیه، 2005م.

7. فزیک (2) و آزمایشگاه، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، سال طبع 1385.

8. فزیک (3) و آزمایشگاه سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، سال طبع 1385 هـ . ش